OTTO-VON-GUERICKE-UNIVERSITY MAGDEBURG
FACULTY OF ECONOMICS AND MANAGEMENT

Top-Manager-Entlohnung, Arbeitsanreize und endogene Outside Options.

Jens Robert Schöndube

FEMM Working Paper No. 24, September 2008

FEMM
Faculty of Economics and Management Magdeburg

Working Paper Series

Otto-von-Guericke-University Magdeburg
Faculty of Economics and Management
P.O. Box 4120
39016 Magdeburg, Germany
http://www.ww.uni-magdeburg.de/

Top-Manager-Entlohnung, Arbeitsanreize und endogene Outside Options.

Jens Robert Schöndube
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

19. September 2008

Zusammenfassung

Die Literatur über Corporate Governance und Top-Manager-Entlohnung (executive compensation) hat gezeigt, dass das klassische Prinzipal-Agenten-Modell die tatsächlich beobachteten Gehälter und Entlohnungsverträge für Top-Manager nur sehr eingeschränkt erklären kann. In jüngerer Zeit ist die Höhe der Entlohnung für Top-Manager in der Bundesrepublik stark diskutiert und zum Teil heftig kritisiert worden. Gerechtfertigt wird die Höhe der Gehälter fast ausschließlich über den Marktwert der Top-Manager. Der vorliegende Beitrag greift diese Diskussion auf und präsentiert ein Modell, in dem sich - abweichend von dem klassischen Agency-Problem - der gleichgewichtige Entlohnungsvertrag vollständig aus den alternativen Beschäftigungsmöglichkeiten (Outside Options) des Managers ergibt. Wesentliches Element des Modells ist, dass ein Manager nicht mehr hinreichend motiviert ist, sofern er während seiner Beschäftigung feststellt, dass er den Wert seiner Outside Options nicht erreicht. Um sicherzustellen, dass der Manager über die gesamte Dauer der Beziehung motiviert arbeitet, muss der Entlohnungsvertrag so ausgestaltet sein, dass der Manager über den gesamten Zeitraum – insbesondere nach dem Zugang neuer Information – mindestens den Wert seiner Outside Option erzielt. Damit werden sowohl fixe als auch variable Komponenten der Entlohnungsfunktion vollständig aus seinem Marktwert abgeleitet. Wir vergleichen die resultierende Entlohnungsfunktion mit den Ergebnissen der Analyse klassischer Anreizprobleme.

Keywords: Top-Manager-Entlohnung, Outside Option, Anreize, Motivation

Top-Manager-Entlohnung, Arbeitsanreize und endogene Outside Options

Zusammenfassung: Die Literatur über Corporate Governance und Top-Manager-Entlohnung (executive compensation) hat gezeigt, dass das klassische Prinzipal-Agenten-Modell die tatsächlich beobachteten Gehälter und Entlohnungsverträge für Top-Manager nur sehr eingeschränkt erklären kann. In jüngerer Zeit ist die Höhe der Entlohnung für Top-Manager in der Bundesrepublik stark diskutiert und zum Teil heftig kritisiert worden. Gerechtfertigt wird die Höhe der Gehälter fast ausschließlich über den Marktwert der Top-Manager. Der vorliegende Beitrag greift diese Diskussion auf und präsentiert ein Modell, in dem sich - abweichend von dem klassischen Agency-Problem - der gleichgewichtige Entlohnungsvertrag vollständig aus den alternativen Beschäftigungsmöglichkeiten (Outside Options) des Managers ergibt. Wesentliches Element des Modells ist, dass ein Manager nicht mehr hinreichend motiviert ist, sofern er während seiner Beschäftigung feststellt, dass er den Wert seiner Outside Options nicht erreicht. Um sicherzustellen, dass der Manager über die gesamte Dauer der Beziehung motiviert arbeitet, muss der Entlohnungsvertrag so ausgestaltet sein, dass der Manager über den gesamten Zeitraum – insbesondere nach dem Zugang neuer Information – mindestens den Wert seiner Outside Option erzielt. Damit werden sowohl fixe als auch variable Komponenten der Entlohnungsfunktion vollständig aus seinem Marktwert abgeleitet. Wir vergleichen die resultierende Entlohnungsfunktion mit den Ergebnissen der Analyse klassischer Anreizprobleme.

1 Einleitung

1.1 Einführung und Motivation

Die Prinzipal-Agenten-Theorie analysiert strategische Interaktionen zwischen Akteuren, in denen ein Akteur (der Prinzipal) die Handlungen des anderen (des Agenten) optimal durch einen Vertrag zu steuern versucht. Auch für die Analyse der Entlohnung für Top-Manager (executive compensation) hat diese Forschungsrichtung erhebliche Bedeutung erlangt. Das Problem der Managerentlohnung wird als Spiel zwischen Aufsichtsrat (Prinzipal) und Vorstand bzw. Manager (Agent) modelliert, bei dem der Aufsichtsrat versucht, die Handlungen des Vorstandes über einen Entlohnungsvertrag optimal im Hinblick auf die Interessen der Anteilseigner auszurichten. Der optimale Vertrag für den Vorstand lässt sich dabei als Lösung eines Optimierungsproblems des Aufsichtsrats ermitteln. Die optimale Entlohnungsfunktion maximiert den Unternehmenswert unter Berücksichtigung, dass der Manager im Sinne der Anteilseigner handelt (Anreizkompatibilität) und dass die Entlohnung zumindest die alternativen Beschäftigungsmöglichkeiten (Outside Options) des Managers abdeckt (Partizipationsbedingung).

Trotz der bemerkenswerten Resultate, die diese Theorie bezüglich der Sensitivität der Entlohnung auf die Performance eines Managers oder für den Wert zusätzlicher Performancemaße (informativeness) geleistet hat, kann sie wesentliche Determinanten der beobachteten Gehälter und Entlohnungsfunktionen für Top-Manager nicht erklären. So zeigen Bertrand/Mullainathan (2001), dass die Gehälter für Top-Manager vom beobachtbarem Glück abhängen, eine Größe, die aus der Prinzipal-Agenten-Sicht aus dem optimalen Vertrag herausgefiltert werden müsste.[1] Murphy (1999) findet keine Korrelation zwischen den Bonuszahlungen für Top-Manager und ihrer Performance, so dass offenbar die Anreizkompatibilität des Vertrages über erfolgsabhängige Komponenten in der Entlohnungspraxis nicht im Vordergrund steht. Auch Schwalbach/Grasshoff (1997) können für eine bestimmte Modellvariante ebenfalls keine Anreizkompatibilität im Sinne der Agency-Theorie nachweisen. Aus der Corporate Governance-Literatur werden zudem Einflussgrößen für die Gehälter von Top-Managern sichtbar, die das Standard-Modell nicht berücksichtigt, so z.B. die Größe des boards of directors (Core/Holthausen/Larcker 1999) oder der Konzentrationsgrad institutioneller Anteilseigner (Hartzell/Starks 2003).

Der vorliegende Beitrag knüpft an die aktuelle Diskussion über die Gehälter von Top-Managern in der Bundesrepublik an. Die in der öffentlichen Wahrnehmung oft als ungerechtfertigt hoch eingestuften Gehälter für Top-Manager werden dabei fast ausschließlich durch den Marktmechanismus begründet:[2] Es gebe nur wenige Personen, die die Quali-

[1] Vgl. auch Göx (2008), der in einem analytischen Modell zeigt, dass es unter bestimmten Bedingungen optimal für den Prinzipal sein kann, die Entlohnung des Agenten vom Glück abhängig zu machen.

[2] Siehe unter anderen Hank (2007), Randolf Rodenstock, Präsident der Vereinigung der Bayerischen Wirtschaft in o.V. (2007) oder auch den Vorsitzenden des Vorstands der Deutschen Bank, Dr.

fikation und die Kontakte besäßen, um die entsprechenden Top-Positionen besetzen zu können. Wenn ein Unternehmen einen Top-Manager akquirieren möchte, müsse es einen Entlohnungsvertrag mit den in der Praxis beobachteten (und kritisierten) Komponenten anbieten.

Ziel der folgenden Untersuchung ist, der obigen Argumentation entsprechend, den Entlohnungsvertrag für einen Top-Manager vollständig aus seinem Marktwert, d.h. aus seinen Outside Options abzuleiten. Zwar steigt auch im Prinzipal-Agenten-Modell die erwartete Entlohnung des Managers in seiner Outside Option. Als Erklärung für die tatsächlich beobachteten Gehälter von Top-Managern und deren Rechtfertigung über den Markt ist das klassische Agency-Modell aber dennoch nicht geeignet, da die variable Vergütung des Managers im Agency-Modell darauf optimiert ist, die Handlungen des Managers auf die Interessen der Anteilseigner abzustimmen. Inbesondere in linearen Agency-Modellen, die empirisch[3] und analytisch häufig zur Analyse von executive compensation zugrunde gelegt werden, ist die variable Entlohnung des Managers von seinen Outside Options vollkommen unabhängig. Der Markthypothese folgend, muss sich aber auch die variable Vergütung über die Outside Options erklären lassen.[4] In der vorliegenden Arbeit wird ein Modell entwickelt, bei dem im Gleichgewicht die fixen und die variablen Entlohnungskomponenten vollständig aus den Outside Options des Managers abgeleitet werden.

Die Outside Options des Managers werden üblicherweise über seinen Reservationsnutzen abgebildet. Es wird angenommen, dass der Manager einen Entlohnungsvertrag nur dann akzeptiert, wenn dieser ihm im Erwartungswert ex ante mindestens seinen Reservationsnutzen verspricht (Teilnahmebedingung). Der Reservationsnutzen wird dabei im klassischen Agency-Modell als Konstante modelliert, die je nach Modellklasse Einfluss auf die Anreize des Managements hat oder nicht. Im vorliegenden Beitrag hingegen hängt der Marktwert des Manager davon ab, wie der Markt seine Fähigkeit einschätzt. Diese Einschätzung ist nicht konstant, sondern wird nach dem Eintreffen neuer Information aktualisiert.

Dem Gegenargument zu der Markthypothese, es gebe auf dem Markt genügend (qualifizierte) Personen, die den Job eines Vorstandes zu geringeren als den in der Diskussion stehenden Bezügen ausüben könnten, entgegnet Bengt Holmström - Vertragstheoretiker und Aufsichtsrat mehrerer Unternehmen - im Gespräch mit der „Frankfurter Allgemeine Sonntagszeitung“[5]: „Die mag es geben, aber der Aufsichtsrat weiß nicht, wer diese Leute

Josef Ackermann, im Gespräch mit Maybrid Illner am 20. 09. 2007. (Als Video anzuschauen unter http://www.zdf.de/ZDFmediathek).

[3]Zum Beispiel Gibbons/Murphy (1992).

[4]Tatsächlich wird bei der Rechtfertigung der Gehälter in der Öffentlichkeit neben dem Marktwert auch die Erfolgsabhängigkeit der Entlohnung betont. So Bahn-Chef Mehdorn am 28.03.07 in der Bild: „Nur ein Viertel meines Gehalts ist fix. Die restlichen drei Viertel sind vom Erfolg abhängig“, online unter: http://www.bild.t-online.de/BTO/news/2007/03/29/mehdorn-interview/bahnchef-gehalt.html#.

[5]Siehe Hank (2007).

sind und wo er sie finden kann". Es gibt demnach nur eine geringe Anzahl von Managern auf dem Markt, deren Qualität als hinreichend gut eingeschätzt wird, so dass sie den Anforderungen an Top-Manager genügen. Top-Manager dieser Qualität sind folglich knapp und haben ihren Preis.

Die Einschätzung der Qualität oder der Fähigkeit eines Managers durch den Markt ist demnach ausschlaggebend für seine Vergütung. Tatsächlich zeigen Brenner/Schwalbach (2003) in einer empirischer Studie einen hohen Einfluss der Fähigkeit eines Managers, gemessen durch Erfahrung und (Aus-)Bildung, auf die Höhe seines Gehalts. Die Fähigkeitseinschätzung für einen Manager zu einem bestimmten Zeitpunkt mag davon abhängen, ob und wie lange er bisher in einem Unternehmen entsprechender Größenordnung gearbeitet hat, wie seine bisherige Performance war (z.B. die Kursentwicklung) oder aber auch über welche Kontakte er verfügt. Kommt neue Information hinzu, wird die Einschätzung der Fähigkeit entsprechend revidiert. Dementsprechend modellieren wir die Outside Option eines Top-Managers zu einem bestimmten Zeitpunkt als seine erwartete Fähigkeit, bedingt auf den Informationsstand in diesem Zeitpunkt.

Zentrales Element der folgenden Analyse ist die Annahme, dass ein Manager, der nach Vertragsabschluss feststellt, dass er seinen Marktwert nicht erreicht, demotiviert ist und nicht mehr den erforderlichen Einsatz zeigt. Dieses in der analytischen Anreizliteratur bisher nicht modellierte Problem ist für die Unternehmenspraxis offenbar von außerordentlicher Bedeutung. So betont Holmström, dass eine große Gefahr für ein Unternehmen darin bestehe, durch einen aufgrund nicht angemessener Entlohnung demotivierten Manager finanzielle Einbußen zu erleiden (das Zitat im Wortlaut: „Denn ein demotivierter Top-Manager kann großen Schaden anrichten und das Unternehmen ruinieren. Wer auf Nummer sicher gehen will, orientiert sich deshalb an den Gehältern vergleichbarer Bosse in vergleichbar großen Unternehmen.")[6]. Möchte ein Unternehmen also sicherstellen, dass sein Manager in jeder Periode motiviert ist, muss die Partizipationsbedingung des Managers nicht nur ex ante erfüllt sein, sondern auch ex post, wenn der Markt die Fähigkeitseinschätzung des Managers aufgrund neuer Information revidiert. Die Kombination aus einer permanenten Anpassung der Einschätzung der Fähigkeit des Managers an neue Information durch den Markt und das gleichzeitige Bestreben der Unternehmenseigner einen jederzeit motivierten Manager zu beschäftigen, sorgt dafür, dass die Entlohnungsfunktion vollständig aus den endogenen Outside Options des Managers abgeleitet werden kann.

Analysiert wird ein Modell mit Entlohnungsverträgen, die eine Fixvergütung sowie variable Bestandteile vorsehen. Indem beide Komponenten aus den Outside Options des Managers abgeleitet werden, wird ein Beitrag zur Erklärung der beobachteten Vorstands-Gehälter bzw. zu den Argumenten ihrer Rechtfertigung geleistet, die eben nicht durch die

[6] Siehe Hank (2007, S. 46).

klassische Agency-Theorie begründbar sind. Die gleichgewichtige Entlohnungsfunktion in diesem Modell löst nicht die üblichen Agency-trade-offs, sondern basiert auf der Reaktion des Marktes auf den Unternehmenserfolg. Diese Reaktion ist endogen, indem sie von den Determinanten des Unternehmenserfolgs abhängt (wie z.B. von der Varianz des Erfolgs aber auch von der motivierten Arbeitsleistung). Abweichend vom Standard-Modell wird zudem berücksichtigt, dass bei risikoaversem Manager auch die Risikokosten der endogenen Outside Option von Bedeutung sind. Wir untersuchen diese Einflüsse durch komparativ statische Analysen und vergleichen die Ergebnisse mit den Resultaten klassischer Prinzipal-Agenten-Modelle.

Der Gang der Untersuchung ist wie folgt: Im nächsten Unterabschnitt wird der Beitrag in die Literatur eingeordnet. In Abschnitt 2 wird der grundlegende Modellrahmen spezifiziert. In Abschnitt 3 erfolgt die Analyse gleichgewichtiger Entlohnungsfunktionen. In Kapitel 4 wird demonstriert, dass sich die Ergebnisse auch in einem reichhaltigeren Modellrahmen etablieren lassen. Abschnitt 5 fasst die Ergebnisse der Arbeit zusammen.

1.2 Einordnung in die Literatur

Ein zur Prinzipal-Agenten-Theorie alternativer Ansatz für die Erklärung der Managerentlohnung ist der *managerial power approach* von Bebchuk/Fried (2003, 2004). Diese Theorie geht davon aus, dass Top-Manager so viel Macht und Einfluss besitzen, dass sie die Höhe ihrer Gehälter faktisch selbst bestimmen. Die Gehälter sind nur durch die Berücksichtigung sog. outrage costs nach oben begrenzt. Outrage costs kommen durch öffentliche Reaktionen auf zu hohe Gehälter zustande. Die Einbeziehung von outrage costs begründen die Autoren unter anderem mit der Tatsache, dass reale Entlohnungspakete oft versteckte oder verschleierte Komponenten enthalten. Im Prinzipal-Agenten-Modell hingegen gibt es keinen Grund, ein Detail des Vertrages nicht offenzulegen. Bebchuk/Fried betrachten explizit das anglo-amerikanische one-tier System, in dem der CEO und die Direktoren (board of directors) über den Entlohnungsvertrag verhandeln. Aufgrund der starken Abhängigkeit der Direktoren vom CEO seien diese, anstatt die Ziele der Anteilseigner zu verfolgen, dem CEO bei den Verhandlungen quasi ausgeliefert. So betonen Bebchuk/Fried unter anderem den großen Einfluss des CEO bei der erneuten Nominierung der Direktoren. In dem in Deutschland vorherrschenden two-tier System mit Vorstand und Aufsichtsrat ist diese starke Abhängigkeit allerdings nicht gegeben und wird auch als Argument in der aktuellen Diskussion nicht verwendet. Die Beobachtung, dass Entlohnungsbestandteile verschleiert werden sollen, z.B. indem sie verzögert ausgezahlt werden oder teilweise in die Pensionszusagen transferiert werden, scheint hingegen Bebchuk/Frieds These zu stützen, dass die öffentliche Reaktion die Managergehälter nach oben begrenzt. Zu kritisieren ist an ihrem Ansatz aber insbesondere, dass die Herkunft und der Umfang der outrage costs kaum präzise quantifiziert werden.[7] Hervorzuheben ist, dass Bebchuk/Fried eindrucksvoll weitere Evidenz dafür präsentieren, dass das klassische Prinzipal-Agenten-Modell mit optimierten Anreizverträgen für die Analyse der Top-Manager-Entlohnung nicht geeignet ist.

Holmström (1999) und Meyer/Vickers (1997) betrachten dynamische Probleme mit Karrieremotiven (Career Concerns). In Holmströms Ansatz sind keine expliziten (d.h. keine ergebnisabhängigen) Entlohnungsverträge möglich. Der Gewinn einer Periode hängt wie im vorliegenden Beitrag neben dem Arbeitseinsatz des Managers auch von dessen Talent (Fähigkeit) ab. Das Talent des Managers ist eine Zufallsvariable, die allen Beteiligten unbekannt ist. Bei perfektem Wettbewerb zwischen risikoneutralen Unternehmen entspricht der Fixlohn des Managers in einer Periode dem erwarteten Unternehmenserfolg, bedingt auf die in den Vorperioden beobachteten Unternehmenserfolge. Da der Erfolg jeder Periode von der Fähigkeit des Managers beeinflusst wird, hängt die erwartete Entlohnung einer Periode aufgrund bayesianischen Aktualisierens aus der ex ante Sicht von den Erfolgen der Vorperioden ab, so dass implizite Arbeitsanreize implementiert werden können: Der Manager kann die Einschätzung seiner Fähigkeit durch den Markt durch seinen Arbeitseinsatz erhöhen. Implizite Anreize durch antizipierte künftige Fixzahlungen sind allerdings nicht geeignet, die tatsächlich beobachteten Manangergehälter zu erklären, da gerade diese stark von expliziten Komponenten beeinflusst werden.

Meyer/Vickers (1997) betrachten in einem zu Holmström (1999) ähnlichen Modell eine Kombination von expliziten und impliziten Verträgen in einem zweiperiodigen Problem. In der zweiten Periode herrscht Wettbewerb zwischen Unternehmen, so dass die Outside Option der zweiten Periode endogen ist und implizite Anreize motiviert werden. Der optimale Entlohnungsvertrag ergibt sich als Lösung eines Risiko-Anreiz-trade-offs unter Berücksichtigung expliziter und impliziter Anreize. Wesentliches Kennzeichen der Outside Option der zweiten Periode ist, dass diese aufgrund der konkreten Modellierung wie in der vorliegenden Arbeit von der erwarteten Fähigkeit des Managers, bedingt auf die Ergebnisse der ersten Periode, abhängt. Dies ist konsistent mit der aktuellen Diskussion: Top-Manager sind deshalb "top", weil der Markt ihre Fähigkeit als herausragend einschätzt.

In Dutta (2008) hängt der Reservationsnutzen des Managers von seiner Fähigkeit ab. Je höher die Fähigkeit, desto größer der Wert der Outside Option. Im Unterschied zum vorliegenden Beitrag ist die Fähigkeit des Managers aber dessen private Information vor Vertragsabschluss. Dutta (2003) analysiert ebenfalls ein Modell mit vorvertraglicher Informationsasymmetrie. Der Manager kennt vor Vertragsabschluss den tatsächlichen Rückfluss eines Investitionsprojekts. Da der Manager das Projekt auch außerhalb des Unternehmens realisieren kann, hängt seine Outside Option von seiner privaten Information ab. Göx/Heller (2008) nutzen einen ähnlichen Ansatz wie Dutta (2008), um den Einfluss von öffentlich verfügbaren Vergütungsinformationen auf die Managerentlohnung zu untersu-

[7] Siehe auch Weisbach (2006) und Murphy (1999).

chen.

2 Grundmodell

Wir betrachten eine zweiperiodige Beziehung zwischen Unternehmen (Prinzipal, Aufsichtsrat) und Manager. Zwei Perioden sind das Minimum an Dynamik, um den gewünschten Effekt abbilden zu können. Der Schwerpunkt der Analyse liegt auf der ersten Periode. Da die zweite Periode die "letzte"Periode ist und der Prinzipal nicht daran interessiert ist, dass der Manager darüber hinaus motiviert arbeitet, ist die Analyse von Motivation in Verbindung mit endogenen Outside Options für diese Periode nicht mehr relevant. Die letzte Periode entspricht faktisch einer typischen one-shot Agency Beziehung mit der Lösung eines optimierten Anreizvertrages. Da sich die Analyse auf die Anreizwirkung endogener Outside Options konzentriert, ist die zweite Periode sehr sparsam modelliert worden. Eine Erweiterung des Modells auf mehrere Perioden mit reichhaltigerer Struktur wird in Abschnitt 4.2 diskutiert.

Die tatsächliche Fähigkeit (das Talent) des Managers ist beiden Vertragsparteien und dem Arbeitsmarkt zu Vertragsbeginn unbekannt. Die Fähigkeit des Managers wird als Zufallsvariable v modelliert, deren a priori Verteilung allen Akteuren bekannt ist. Je fähiger der Manager ist, gemessen bespielsweise durch seine bisherige Berufserfahrung und seine dortige Leistung, desto höher der a priori Erwartungswert der Verteilung. Die a priori Varianz der Fähigkeitsverteilung kann davon abhängen, ob der Manager bisher für ein etabliertes Unternehmen oder für einen Newcomer gearbeitet hat. Um einen Interessenkonflikt zwischen Unternehmen und Manager zu modellieren, wird wie üblich angenommen, dass Arbeitsanstrengungen bei dem Manager persönliche Kosten verursachen: Arbeitseinsatz in Höhe von a verursacht Disnutzen in Höhe von $C(a) = \frac{a^2}{2}$. Wir betrachten im Folgenden zwei verschiedene Szenarien. Im ersten Fall sind die Arbeitsleistung des Managers und seine Fähigkeit perfekte Substitute, im zweiten Fall beeinflusst die Fähigkeit des Managers seine Arbeitsproduktivität. Der Bruttogewinn des Unternehmens (vor Entlohnung des Managers) in Periode 1 sei $y_1 = v + a + \varepsilon_1$ für den Fall perfekter Substitute und $y_1 = va + \varepsilon_1$ in dem Fall, in dem die Fähigkeit seiner Arbeitsproduktivität entspricht. Der Bruttogewinn der zweiten Periode sei $y_2 = iX + \varepsilon_2$. X ist ein konstanter Cashflow für die zweite Periode, der durch die Arbeitsleistung der ersten Periode ausgelöst wird.[8] $i \in \{0, 1\}$ ist eine Binärvariable, deren genaue Bedeutung weiter unten erläutert wird. v, $\varepsilon_1$und ε_2 sind gemeinsam normalverteilte, unkorrelierte Zufallsvariable, wobei $\varepsilon_t \backsim N\left(0, \sigma_t^2\right)$, $t = 1, 2$, und $v \backsim N\left(\mu_v, \sigma_v^2\right)$ mit $\mu_v > 0$. Zu Beginn der Beziehung bietet

[8]Realistischer wäre es, anzunehmen, dass X von der Arbeitsleistung der ersten Periode abhängt. Wie oben bereits erläutert, wird die zweite Periode so sparsam wie möglich modelliert, um die Kernresultate nicht durch eine Letzte-Periode-Problematik zu überlagern. In Abschnitt 4.2 wird eine reichhaltigere Modellumwelt betrachtet.

der Prinzipal dem Manager einen linearen Entlohnungsvertrag $S = F_1 + s_1 y + F_2 + s_2 y_2$ an, mit F_t als Fixzahlung der Periode t und $s_t \geq 0$ als konstanter Beteiligungsrate am Ergebnis y_t. Der Prinzipal ist risikoneutral, der Manager ist risikoavers mit Nutzenfunktion $U(S,a) = -\exp(-r(S - C(a)))$, $r > 0$, oder risikoneutral mit $U(S,a) = S - C(a)$. Lineare Verträge kombiniert mit exponentieller (oder linearer) Nutzenfunktion und normalverteilten Zufallsvariablen erlauben eine einfache Darstellung der Präferenzen der Akteure über ihr Sicherheitsäquivalent (LEN-Modell).

Die Outside Option des Managers hängt von seiner erwarteten Fähigkeit ab. Konkret nehmen wir an, dass bedingt auf den Informationsstand I_t im Zeitpunkt t die bewertete Outside Option (d.h. die Entlohnung bei alternativer Beschäftigung) $\overline{O}_t = bE(v|I_t)$ entspricht. Die Outside Option des Managers entspricht also seiner erwarteten Fähigkeit, bedingt auf die bisherigen Informationen, multipliziert mit einem Faktor $b > 0$. b ist eine Konstante und kann als erwartete Entlohnung je Fähigkeitseinheit interpretiert werden. Der Wert der Outside Option steigt (linear) in der erwarteten Fähigkeit. Markt, Manager und Unternehmen revidieren die erwartete Fähigkeit bayesianisch auf Basis neuer Informationen und bei rationaler Antizipation des Arbeitseinsatzes des Managers. Am Ende der ersten Periode ist der Erfolg der ersten Periode y_1 bekannt. Dies bedeutet, dass ein Manager, der y_1 erzielt und die Gleichgewichtsaktion a^* geleistet hat, einen Marktwert von $bE(v|y_1, a^*)$ hat. Der Marktwert am Ende der zweiten Periode ist entsprechend $bE(v|y_1, y_2, a^*)$. Der Wert der Outside Option bezogen auf den zweiperiodigen Zeitraum ist also $\overline{O} = bE(v|y_1, a^*) + bE(v|y_1, y_2, a^*)$.

Im Standard-Modell akzeptiert der Manager einen Entlohnungsvertrag, wenn seine Partizipationsbedingung ex ante erfüllt ist, d.h. wenn er im (ex ante) Erwartungswert mindestens den Nutzen seiner Outside Option erzielt[9]. Diese Bedingung lautet für unser Modell

$$CEA = F_1 + F_2 + s_1 E(y_1) + s_2 E(y_2) - C(a) - \frac{r}{2} Var(S) \geq \underbrace{E\left\{\overline{O}\right\}}_{=2b\mu_v} - \frac{r}{2} Var\left(\overline{O}\right) \quad (1)$$

Das ex ante Sicherheitsäquivalent CEA des Managers aus dem Vertrag mit dem Unternehmen muss mindestens dem Sicherheitsäquivalent der Outside Option entsprechen. Da bei gemeinsam normalverteilten Zufallsvariablen der bedingte Erwartungswert $E(v|\cdot)$ wiederum eine normalverteilte Zufallsvariable ist, hat das Sicherheitsäquivalent der Outside Option auf der rechten Seite der Bedingung ebenfalls die typische LEN-Form.

Wir fordern über die ex ante Teilnahmebedingung hinaus, dass die Bedingung auch ex post am Ende der ersten Periode erfüllt sein muss. Um zu verhindern, dass der Manager nach der ersten Periode demotiviert ist, muss sein erwarteter Nutzen aus dem Vertrag S

[9] Konsistent mit der Literatur (siehe z.B. Christensen et al. 2005, S. 272) wird bei der Outside Option des Managers von einem Arbeitseinsatz von $a = 0$ ausgegangen.

mindestens der Outside Option, bewertet zu diesem Zeitpunkt, entsprechen[10]

$$F_1 + s_1 y_1 + F_2 + s_2 E\left(y_2|y_1\right) - C\left(a\right) - \frac{r}{2} Var\left(s_2 y_2|y_1\right) \geq \underbrace{E\left\{\overline{O}|y_1\right\}}_{=2bE(v|y_1)} - \frac{r}{2} Var\left(\overline{O}|y_1\right) \quad (2)$$

Dies bedeutet, wenn der Erfolg y_1 der ersten Periode bekannt geworden ist und der Manager seine Outside Option für den gesamten Zeitraum nicht mehr erreichen kann, ist er für die verbleibende Periode nicht mehr hinreichend motiviert. Da der Entlohnungsvertrag am Periodenanfang festgelegt wird und y_1 aus der ex ante Perspektive eine Zufallsvariable ist, muss die ex post Bedingung (2) „für alle y_1" erfüllt sein, wenn man sicherstellen will, dass der Manager auf jeden Fall in der zweiten Periode motiviert ist. Wie in der Einleitung bereits in Anlehnung an Holmström ausgeführt, besteht eine große Gefahr für ein Unternehmen darin, durch einen (aufgrund unzureichender Entlohnung) demotivierten Manager ruiniert zu werden. Wir nehmen deshalb an, dass der Manager sofern er ex post den Wert seiner Outside Option nicht mehr erreichen kann, also (2) nicht erfüllt ist, keine Motivation mehr hat, das von ihm in der ersten Periode mit dem Arbeitseinsatz a initiierte Projekt weiter im erforderlichen Umfang zu betreuen. Ist der Manager demotiviert, wird der Cash-flow X in Periode 2 nicht realisiert. Dies wird durch die oben eingeführte Binärvariable i zum Ausdruck gebracht.

$$i = \begin{cases} 0, & \text{wenn (2) nicht erfüllt ist} \\ 1, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Eine alternative Interpretation ist, dass der Manager eine Kündigungsmöglichkeit nach der ersten Periode hat und kündigt, wenn (2) nicht erfüllt ist.[11]

3 Arbeitsanreize und gleichgewichtige Entlohnungsverträge

3.1 Grundüberlegungen zum Vertragsdesign

Da in der zweiten Periode kein Arbeitseinsatz mehr zu motivieren ist, kann in diesem Fall ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Erfolgsbeteiligung für die zweite Periode auf $s_2 = 0$ gesetzt werden.[12] Dadurch reduzieren sich die Teilnahmebedingungen (1) und (2) auf

$$F_1 + F_2 + s_1 E\left(y_1\right) - C\left(a\right) - \frac{r}{2} Var\left(s_1 y_1\right) \geq 2b\mu_v - \frac{r}{2} Var\left(\overline{O}\right)$$

und

$$F_1 + s_1 y_1 + F_2 - C\left(a\right) \geq 2bE\left(v|y_1\right) - \frac{r}{2} Var\left(\overline{O}|y_1\right) \text{ für alle } y_1.$$

[10] Die Teilnahmebedingungen sind immer an der Stelle der optimalen Aktionswahl des Managers formuliert, ohne dass dies an dieser Stelle explizit gekennzeichnet ist.

[11] Siehe z.B. Ewert/Wagenhofer (2008), S. 432-434.

[12] Für einen risikoaversen Manager ist $s_2 = 0$ auch optimal. Für einen risikoneutralen Manager führt jede Anreizbeteiligung $s_2 \geq 0$ zur gleichen Allokation.

Dabei ist zu beachten, dass wenn die ex post Teilnahmebedingung für alle y_1 erfüllt ist, die ex ante Teilnahmebedingung ebenfalls erfüllt ist.

Da v und $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$ annahmegemäß gemeinsam normalverteilt sind, gilt für den bedingten Erwartungswert allgemein

$$\begin{aligned}
E(v|y_1, y_2) &= \mu_v + \beta_1 (y_1 - E(y_1)) + \beta_2 (y_2 - E(y_2)), \\
E(v|y_1) &= \mu_v + \beta (y_1 - E(y_1)) \\
& \quad \text{mit} \\
(\beta_1, \beta_2) &= [Cov(v, y_1), Cov(v, y_2)]\, Var(\mathbf{y})^{-1} \\
\beta &= Cov(v, y_1) / Var(y_1).
\end{aligned}$$

Da y_2 nicht von v abhängt und (y_1, y_2) unabhängig voneinander verteilt sind, gilt $\beta_1 = \beta$ und $\beta_2 = 0$. Damit ist $\overline{O} = 2bE(v|y_1, a^*)$ und $Var\left(\overline{O}\right) = Var(2b\beta y_1)$ sowie $Var\left(\overline{O}|y_1\right) = 0$. Da zudem die ex ante Teilnahmebedingung erfüllt ist (bindet), wenn die ex post Teilnahmebedingung erfüllt ist (bindet), reicht es im Folgenden aus, die aggregierte Fixzahlung $F = F_1 + F_2$ zu betrachten. Folglich lassen sich ex ante und ex post Teilnahmebedingung schreiben als

$$F + s_1 E(y_1) - C(a) - \frac{r}{2} Var(s_1 y_1) \geq 2b\mu_v - \frac{r}{2} Var(2b\beta y_1) \tag{3}$$

und

$$F + s_1 y_1 - C(a) \geq 2bE(v|y_1) \text{ für alle } y_1. \tag{4}$$

Grundsätzlich könnte es sich lohnen, die ex post Teilnahmebedingung nicht zu erfüllen sondern nur die ex ante Teilnahmebedingung zu beachten und dabei in Kauf zu nehmen, dass der Manager für den Fall, dass seine ex post Teilnahmebedingung tatsächlich nicht erfüllt ist, demotiviert ist. Bezeichne $\pi(S, a)$ die Wahrscheinlichkeit, dass die ex post Teilnahmebedingung erfüllt ist, gegeben Vertrag S und Aktion a. Der maximal erwartete Gewinn des Prinzipals, wenn er nur die ex ante Teilnahmebedingung beachtet, ergibt sich als Lösung des folgenden Problems

$$\begin{aligned}
&\max G^P = E(y_1 + y_2) - E(S) \\
&\text{u.d.N. } CEA = F + s_1 E(y_1) - C(a) - \frac{r}{2} Var(s_1 y_1) \geq 2b\mu_v - \frac{r}{2} Var(2b\beta y_1) \\
&a = \arg\max_{a'} CEA\left(a'\right),
\end{aligned}$$

wobei $E(y_2)$ von $\pi(S, a)$ abhängt, $E(y_2) = \pi(S, a) X$. Die erste Nebenbedingung ist die ex ante Teilnahmebedingung (3) für den Manager und die zweite Bedingung ist die Anreizkompatibilitätsbedingung. Angenommen dieses Problem hat ein eindeutiges Maximum $S^*, a^*, \pi(S^*, a^*)$, dann wäre zu vergleichen ob $G^P(\pi(S^*, a^*))$ größer wäre als der erwartete Gewinn G^* bei Erfüllung der ex post Teilnahmebedingung für alle y_1. Dieser Vergleich steht nicht im Mittelpunkt der Untersuchung, so dass angenommen wird, dass X hinreichend groß ist, so dass es für das Unternehmen optimal ist, die ex post Nebenbedingung für alle y_1 zu erfüllen.

3.2 Fähigkeit und Arbeitseinsatz sind perfekte Substitute

Gehen wir zunächst davon aus, dass der Arbeitseinsatz des Managers a und seine Fähigkeit v in der ersten Periode perfekte Substitute sind: $y_1 = a + v + \varepsilon_1$. Die ex post Teilnahmebedingung lässt sich nun formulieren als

$$F + s_1 y_1 - \frac{a^{*2}}{2} \geq 2b\left[\mu_v + \beta\left(y_1 - \mu_v - a^*\right)\right] \text{ für alle } y_1,$$

wobei $\beta = \sigma_v^2 / \left(\sigma_v^2 + \sigma_1^2\right)$ und a^* die Gleichgewichtsaktion des Managers darstellt. Da $y_1 \in (-\infty, \infty)$ kann die obige Ungleichung nur für alle y_1 erfüllt sein, wenn $s_1 = 2b\beta = \frac{2b\sigma_v^2}{\left(\sigma_v^2+\sigma_1^2\right)}$ gilt. Gegeben $s_1 = 2b\beta$ wird die ex post Teilnahmebedingung zu $F - \frac{a^{*2}}{2} \geq 2b\left[\mu_v - \beta\left(\mu_v + a^*\right)\right]$. Da Schlupf in der Teilnahmebedingung zu Lasten des Prinzipals geht, muss die ex post Teilnahmebedingung im Optimum binden.

Das ex ante Sicherheitsäquivalent des Managers in Abhängigkeit seiner Aktion a ist bei perfekten Substituten gegeben durch

$$CEA = F + s_1\left(\mu_v + a\right) - a^2/2 - \frac{r}{2} s_1^2\left(\sigma_v^2 + \sigma_1^2\right).$$

Aus der Optimalitätsbedingung $dCEA/da = 0$ ergibt sich die optimale Aktionswahl des Managers als $a = s_1$. Also muss im Gleichgewicht gelten $a_1^* = s_1^* = \frac{2b\sigma_v^2}{\left(\sigma_v^2+\sigma_1^2\right)}$. Wir können die Gleichgewichtslösung damit wie folgt zusammenfassen:

Proposition 1 *Sind Arbeitseinsatz und Fähigkeit des Managers perfekte Substitute, gilt für die Gleichgewichtslösung:* $s_1^* = 2b\beta, a^* = 2b\beta,\ F^* = 2b\mu_v - 2b\beta\left(\mu_v + 2b\beta\right) + (2b\beta)^2/2$ *und der Gleichgewichtsüberschuss des Prinzipals ist* $G^* = X + \mu_v - 2b^2\beta^2 + 2b\beta - 2b\mu_v$ *mit* $\beta = \sigma_v^2 / \left(\sigma_v^2 + \sigma_1^2\right)$.

Beweis. Siehe Anhang. ■

Das wesentliche Resultat ist, dass die variable Vergütung über die Erfolgsbeteiligung s_1^* ausschließlich aus dem Marktprozess folgt und kein Ergebnis einer Optimierung ist. Die Fixzahlung wird wie im Standard-Modell insofern optimiert, als dass der Prinzipal dem Manager gerade seine Outside Option vergütet. Der Überschuss G^* der Zentrale steigt nur dann in der erwarteten Fähigkeit des Managers μ_v, wenn $b < 1/2$. Für $b > 1/2$ ist die zu vergütende Outside Option so stark, dass sie den produktiven Effekt der Fähigkeit des Managers auf den Unternehmensgewinn überkompensiert. Die optimale Anreizbeteiligung s_1^* sinkt wie im Standard-Modell mit zunehmender Varianz der Beurteilungsgröße

$\left(Var\left(y_1\right) = \left(\sigma_v^2 + \sigma_1^2\right)\right)$. Dieses ist aber nicht auf die Risikoaversion des Agenten zurückzuführen, sondern auf seinen Marktwert. Die Risikopräferenzen des Managers haben für die variable Vergütung keine Bedeutung. Für einen risikoneutralen Manager ergibt sich die gleiche Erfolgsbeteiligung s_1^* wie für einen risikoaversen Manager. Je größer die Varianz der Beurteilungsgröße y_1 desto weniger stark gewichtet der Markt diese Größe beim Revidieren seiner Einschätzung über die Fähigkeit und desto kleiner die erforderliche Erfolgsbeteiligung, die den Manager mit seiner Outside Option gleichstellt. Das Gewicht β der Zufallsvariablen y_1 bei der Prognose der Fähigkeit des Managers steigt in der Kovarianz zwischen erklärender (y_1) und erklärter Variablen (v) und fällt in der Varianz der erklärenden Variablen. Da v Bestandteil von y_1 ist, ist die Kovarianz umso größer, je größer σ_v^2 ist. In gleichem Maße wächst zwar auch die Varianz von y_1. Da die Varianz von y_1 aber neben v auch von ε_1 beeinflusst wird, wird das Verhältnis von Kovarianz zu Varianz ceteris paribus mit zunehmendem σ_v^2 immer größer und mit zunehmendem σ_1^2 kleiner (siehe nachfolgende Proposition).

Proposition 2 ***Komparative Statik:***

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial G^*}{d\beta} &= -2b\left(2b\beta - 1\right); & \frac{\partial G^*}{db} &= -2\beta\left(2b\beta - 1\right) - 2\mu_v \\
\frac{\partial \beta}{\partial \sigma_v^2} &= \frac{\sigma_1^2}{\left(\sigma_1^2 + \sigma_v^2\right)^2} > 0; & \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_1^2} &= -\frac{\sigma_v^2}{\left(\sigma_1^2 + \sigma_v^2\right)^2} < 0 \\
\frac{\partial G^*}{d\sigma_v^2} &= \frac{\partial G^*}{d\beta}\frac{\partial \beta}{\partial \sigma_v^2}; & \frac{\partial G^*}{d\sigma_1^2} &= \frac{\partial G^*}{d\beta}\frac{\partial \beta}{\partial \sigma_1^2} \\
\frac{\partial s_1^*}{\partial \sigma_j^2} &= \frac{\partial a^*}{\partial \sigma_j^2} = 2b\frac{\partial \beta}{\partial \sigma_j^2}, j = v, 1; & \frac{\partial s_1^*}{\partial r} &= \frac{\partial a^*}{\partial r} = \frac{\partial G^*}{\partial r} = 0
\end{aligned}
$$

Interessanterweise ist die Gleichgewichtslösung des Problems vollkommen unabhängig von der Risikoeinstellung des Managers. Gemäß Proposition 1 und 2 hängt keine der Gleichgewichtsgrößen vom Risikoaversionskoeffizienten r des Managers ab. Man erkennt, dass sich bei gegebener Gleichgewichtsanreizrate $s_1^* = 2b\beta$ der Term $\frac{r}{2}Var\ (s_1^* y_1)$ auf beiden Seiten der ex ante Teilnahmebedingung (3) aufhebt. Die optimale Beteiligungsrate s_1^*, die so gewählt werden muss, dass der Manager ex post für alle y_1 den Wert seiner Outside Option erhält, sorgt automatisch dafür, dass das Risiko seiner Entlohnung genau dem Risiko seiner Outside Option entspricht. Damit hat die Risikopräferenz des Managers keine Auswirkungen auf die Gleichgewichtslösung.

Empirische Studien (z.B. Jensen/Murphy 1990) weisen darauf hin, dass Top-Manager risikoavers sind. Die optimale Entlohnungsfunktion im klassischen Agency-Problem löst den trade-off zwischen Anreizintensität und Risiko. Risiko wird dabei üblicherweise durch die Varianz des Performancemaßes und den Grad der Risikoaversion des Manager abgebildet. Die komparativ statische Analyse der optimalen Entlohnungsfunktion im klassischen

Modell zeigt, dass die Anreizintensität in beiden Risikokomponenten fällt. Empirische Studien (Garen 1994, Aggarwal/Samwick 1999) bestätigen die negative Korrelation zwischen Varianz und Anreizintensität. Auf der anderen Seite sind keine empirischen Studien bekannt, die einen Einfluss der Risikoaversion des Managers auf die Anreizintensität zeigen (bzw. untersuchen). Auch in der aktuellen Diskussion über die Höhe der Vorstandsgehälter, deutet nichts daraufhin, dass reale Entlohnungsverträge durch den Grad der Risikoaversion der Manager beeinflusst werden. Die oben ermittelte Gleichgewichtslösung, in der die Anreizintensität mit zunehmender Varianz des Performancemaßes sinkt, von der Risikoaversion des Managers aber vollkommen unabhängig ist, kann einen Teil zur Erklärung dieser Beobachtungen beitragen.

Im Standard-Modell sinkt der Gleichgewichtsüberschuss der Unternehmenszentrale mit zunehmendem Reservationsnutzen des Managers. Im vorliegenden Modell hängt aus der ex ante Perspektive der Reservationsnutzen $2b\mu_v - \frac{r}{2}Var\left(2b\beta y_1\right)$ vom Erwartungswert und von der Varianz der Fähigkeit des Managers ab, wobei der Varianzterm für die Gleichgewichtslösung nicht von Bedeutung ist, da er auf beiden Seiten der ex ante Teilnahmebedingung steht. Wie oben gezeigt, steigt der Gleichgewichtsüberschuss des Prinzipals nur dann in der erwarteten Fähigkeit μ_v, wenn der Markt die Fähigkeit des Managers nicht höher bewertet als der Beitrag der Fähigkeit zum Unternehmenswert ist, $b < 1/2$. Im Standard-Modell wäre der Einfluss des Skalierungsparameters b auf den Gewinn des Prinzipals negativ. Wie aus Proposition 2 hervorgeht, ist dies hier aber nicht notwendigerweise der Fall: In Abhängigkeit der Modellparameter kann $\frac{\partial G^*}{\partial b} = -2\beta\left(2b\beta - 1\right) - 2\mu_v$ positiv oder negativ sein; eine notwendige Bedingung für einen positiven Einfluss ist $b < 1/2$. Der Term $-2\mu_v$ resultiert aus der rechten Seite $\left(2b\mu_v\right)$ der ex ante Teilnahmebedingung und ist ein klassischer Reservationsnutzeneffekt. Der andere Effekt $-2\beta\left(2b\beta - 1\right)$ resultiert aus der induzierten Arbeitsleistung des Managers (Anreizeffekt). Im Gleichgewicht gilt $s_1^* = 2b\beta$ und $a^* = s_1^*$, die Anreizbeteiligung steigt also mit zunehmender Gewichtung b der erwarteten Fähigkeit innerhalb der Outside Option und gleichzeitig ist der induzierte Arbeitseinsatz eine steigende Funktion der Erfolgsbeteiligung. Folglich steigt im Gleichgewicht der Arbeitseinsatz a^* in der Stärke der Outside Option b. Aus dem Standard-Modell ist bekannt, dass ohne Risikoteilungsproblematik die effiziente Allokation durch eine Verpachtungslösung $s_1 = 1$ induziert werden kann. Und tatsächlich erkennt man, dass das bezüglich des Anreizeffekts optimale b durch $b = 1/\left(2\beta\right)$ gegeben ist und damit $s_1 = a = 2\frac{1}{2\beta}\beta = 1$ resultieren würde. Der Einfluss einer marginalen Erhöhung von b auf den Anreizeffekt ist für $b > 1/\left(2\beta\right)$ negativ, da bereits ein zu hoher Arbeitseinsatz $a > 1$ motiviert wird und für $b < 1/\left(2\beta\right)$ ist er positiv, da aufgrund von $a < 1$ eine Erhöhung des Arbeitseinsatzes vorteilhaft ist. Aufgrund des möglicherweise positiven Anreizeffekts, kann der marginale Gesamteffekt einer Erhöhung von b auf den Gleichgewichtsüberschuss also positiv sein. Obwohl das Risiko der Entlohnung keinen Einfluss auf die Gleichgewichtslösung hat, wird die first-best-Lösung nur für den Spezialfall $b = 1/(2\beta)$ erreicht. In allen anderen Fällen ist der Prinzipal aufgrund der Outside Options des Managers gezwungen, entweder zu starke oder zu schwache Anreize zu induzieren, so dass es zu Agency-Kosten kommt.

Die Reaktion des Marktes β auf die Beobachtung von y_1 bei der Revidierung der erwarteten Fähigkeit des Managers geht über $s_1^* = 2b\beta$ in die Anreizintensität und gleichsam auch in die Arbeitsleistung des Managers a^* ein. Da $\frac{\partial G^*}{\partial \beta}$ bis auf den direkten Reservationsnutzeneffekt die gleiche Struktur aufweist wie $\frac{\partial G^*}{\partial b}$, lassen sich die obigen Aussagen bezüglich des Einflusses von b auf den Gleichgewichtsgewinn des Prinzipals analog auf β übertragen.

Der Einfluss einer marginalen Änderung der Varianz der Fähigkeit des Managers σ_v^2 bzw. der Varianz des exogenen Störterms σ_1^2 auf s_1^* und a^* ist proportional zu dem marginalen Einfluss dieser Größen auf β und hat deshalb das gleiche Vorzeichen. Der Einfluss von σ_v^2 und σ_1^2 auf den Gleichgewichtsgewinn des Prinzipals hingegen ist nicht eindeutig und entspricht dem Einfluss von β auf G^*, der oben diskutiert wurde, multipliziert mit dem eindeutigen Effekt einer marginalen Änderung der Varianzen auf den Regressionskoeffizienten β.

In der folgenden Proposition wird die Lösung für den Fall präsentiert, dass keine ex post Teilnahmebedingung zu beachten ist, der Manager in der zweiten Periode also stets motiviert ist. Da die ex post-Teilnahmebedingung eine zusätzliche Nebenbedingung darstellt, wird die resultierende Allokation stets von derjenigen Allokation (schwach) dominiert bei der es ausreicht, die ex ante Teilnahmebedingung zu erfüllen. Dies muss gelten, obwohl die Gleichgewichtslösung mit Berücksichtigung der ex post Teilnahmebedingung nicht vom Grad der Risikoaversion des Managers abhängt. Im Standard-Modell sinkt der Gleichgewichtsprofit des Prinzipals monoton mit dem Grad der Risikoaversion. Würde dieses Ergebnis auch resultieren, wenn man das hier betrachtete Modell ausschließlich unter Berücksichtigung der ex ante Teilnahmebedingung löste, wäre dies ein Widerspruch zu der oben charakterisierten Dominanzbeziehung. Folglich muss die Gleichgewichtslösung des hier diskutierten Modells, wenn keine ex post Teilnahmebedingung zur Motivation des Managers nötig ist, sich fundamental vom klassischen Modell unterscheiden.

Proposition 3 [13]*Ist keine ex post Teilnahmebedingung zur Motivation des Managers notwendig, ist die Gleichgewichtslösung gegeben durch*

$$\begin{aligned} s_1^+ &= a^+ = \frac{1}{1 + r\Sigma} \\ G^+ &= X + \mu_v - 2b\mu_v + \frac{1}{2(r\Sigma + 1)} + 2b^2 r \beta^2 \Sigma \end{aligned}$$

[13] Da die optimale Fixzahlung wie im Standard-Modell keinen Einfluss auf die Anreize des Managers hat und im Optimum nur dafür sorgt, dass die ex ante Teilnahmebedingung bindet, ist sie für die Interpretation ohne Bedeutung, so dass auf die explizite Angabe verzichtet worden ist.

mit $\Sigma = \sigma_v^2 + \sigma_1^2$. Für den marginalen Einfluss des Risikoaversionskoeffizienten gilt $\frac{\partial G^+}{\partial r} = \frac{1}{2}\Sigma\left(2b\beta + 2br\beta\Sigma - 1\right)\frac{2b\beta+2br\beta\Sigma+1}{(r\Sigma+1)^2}$. Die Differenz der Gewinne ohne und mit ex post Teilnahmebedingung ist

$$\Delta = G^+ - G^* = \frac{1}{2\left(r\Sigma+1\right)}\left(2b\beta + 2br\beta\Sigma - 1\right)^2 \geq 0$$

Beweis. Siehe Anhang. ■

Die optimale Anreizrate s_1^+ entspricht derjenigen aus einem typischen one-shot LEN-Modell. Der Term $\frac{1}{2(r\Sigma+1)}$ in G^+ entspricht analog zum Standard-Modell dem direkten Überschuss der Beziehung; motivierte Arbeitsleistung abzüglich der Kosten der Motivation: $a^+ - C\left(a^+\right) - \frac{r}{2}Var\left(s_1^+ y_1\right)$. Der Ausdruck $X + \mu_v - 2b\mu_v$ ist sowohl Element von G^+ als auch von G^* und wird nachfolgend nicht weiter betrachtet. Man erkennt, dass die Überschussdifferenz Δ genau dann null ist, wenn $s_1^+ = s_1^*$ also $\frac{1}{1+r\Sigma} = 2b\beta$ gilt. Ansonsten führt die Berücksichtigung der ex post Teilnahmebedingung immer zu Wohlfahrtseinbußen. Der Gleichgewichtsüberschuss G^+ des Prinzipals steigt ceteris paribus mit zunehmenden Risikokosten der Outside Option $\frac{r}{2}Var\left(\overline{O}\right) = \frac{r}{2}Var\left(2b\beta y_1\right) = 2b^2 r\beta^2\Sigma$. Je stärker die Varianz der Outside Option desto geringer die vom Prinzipal zu zahlende erwartete Entlohnung, die den Manager zur Annahme des Vertrages bewegt. Dieses führt abweichend vom Standard-Modell dazu, dass der Gewinn des Prinzipals mit zunehmender Risikoaversion des Agenten steigt, wenn r groß ist. Für $2b\beta > \frac{1}{1+r\Sigma}$ ist $\frac{\partial G^+}{\partial r}$positiv. Ist die Risikoaversion r hoch ist, ist der direkte payoff aus dem Risiko-Anreiz-Problem $\frac{1}{2(r\Sigma+1)}$ sehr klein und die Reduktion dieses payoffs durch eine marginale Erhöhung von r wird von dem positiven Einfluss auf die Erhöhung der Risikokosten der Outside Option überkompensiert. Bei hinreichend niedriger Risikoaversion dreht sich der Effekt um.

3.3 Die Fähigkeit des Managers entspricht seiner Grenzproduktivität

Bisher wurde angenommen, dass die Fähigkeit und der Arbeitseinsatz des Managers perfekte Substitute sind. In diesem Abschnitt wird der optimale Entlohnungsvertrag für den Fall untersucht, dass die Produktivität des Managers seiner Fähigkeit entspricht, $y_1 = va + \varepsilon_1$. Dies hat zunächst zur Folge, dass der Manager durch seinen Arbeitseinsatz nicht nur den Erwartungswert, sondern auch die Varianz seiner Entlohnung beeinflusst. Darüber hinaus - und für die Zielsetzung dieses Beitrages interessanter - hängt die Reaktion β des Marktes auf die Beobachtung von y_1 von der im Gleichgewicht motivierten Aktion des Managers ab.

Das ex ante Sicherheitsäquivalent des Managers in Abhängigkeit seiner Aktion a ist nun gegeben durch

$$CEA = F + s_1\mu_v a - C\left(a\right) - \frac{r}{2}s_1^2\left[a^2\sigma_v^2 + \sigma_1^2\right].$$

Da Aktion und Fähigkeit (modelliert als stochastischer Grenzbeitrag der Aktion) des Managers multiplikativ verknüpft sind, steigt nicht nur der erwartete Erfolg $E(y_1)$ in der Aktion a, sondern auch die Varianz des Erfolges (und damit auch die Varianz der Entlohnung des Managers).

Für eine gegebene Anreizbeteiligung s_1 wählt der Manager diejenige Aktion a, die sein ex ante Sicherheitsäquivalent maximiert. Aus der Optimalitätsbedingung $dCEA/da = 0$ erhält man folgende Anreizbedingung:

$$a = \mu_v \frac{s_1}{r\sigma_v^2 s_1^2 + 1}. \tag{5}$$

Für den Wert der Outside Option des Managers konditional auf y_1 und die Gleichgewichtsaktion a^* gilt nun:

$$2bE(v|y_1, a^*) = 2b\left[\mu_v + \beta(y_1 - \mu_v a^*)\right]. \tag{6}$$

Der Regressionskoeffizient β für den bedingten Erwartungswert ist dabei gegeben durch

$$\beta = \frac{Cov(v, y_1)}{Var(y_1)} = \frac{a^*\sigma_v^2}{a^{*2}\sigma_v^2 + \sigma_1^2}. \tag{7}$$

β ist hier also endogen und hängt von der im Gleichgewicht induzierten Aktion a^* des Managers ab. Für den Fall, dass im Gleichgewicht kein Arbeitseinsatz motiviert wird, gilt $\beta = 0$. Im diesem Fall reagiert der Markt konsequenterweise gar nicht auf das Signal y_1, da dies nicht informativ über v ist, so dass die a posteriori erwartete Fähigkeit der a priori Erwartung entspricht, $E(v|y_1, a^* = 0) = \mu_v$. Wird im Gleichgewicht Arbeitseinsatz des Managers motiviert, $a^* > 0$, ist das Signal y_1 informativ über die Fähigkeit des Managers, so dass die a posteriori erwartete Fähigkeit des Managers über $\beta > 0$ von der Beobachtung y_1 abhängt.

Unter Berücksichtigung von (6) und (7) lässt sich die ex post Teilnahmebedingung (4) schreiben als

$$F + s_1 y_1 - C(a) \geq 2b\left[\mu_v + \beta(y_1 - \mu_v a^*)\right] \text{ für alle } y_1. \tag{8}$$

Wie im vorherigen Abschnitt ist die Ungleichung (8) nur für alle y_1 erfüllt, wenn $s_1 = 2b\beta$ gilt. Gegeben $s_1 = 2b\beta$ folgt die optimale Fixzahlung aus der bindenden Bedingung (8) als

$$F = 2b\mu_v(1 - \beta a^*) + \frac{a^{*2}}{2}. \tag{9}$$

Analog zum Fall perfekter Substitute resultiert die optimale Erfolgsbeteiligung s_1^* direkt aus der Outside Option des Managers und nicht als Lösung eines Optimierungsproblems der Unternehmenszentrale. Die Erfolgsbeteiligung $s_1^* = 2b\beta$ spiegelt die Erwartungen über die Fähigkeit des Managers wider und steigt mit zunehmendem β. Je stärker der Markt bei der Einschätzung der Fähigkeit des Managers seinen Erfolg gewichtet, desto stärker ist auch seine Erfolgsbeteiligung. Dabei ist zu berücksichtigen, dass gemäß (7) die Reaktion des Marktes endogen ist, indem sie von der Gleichgewichtsaktion a^* des Managers abhängt. Der gleichgewichtige Arbeitseinsatz a^* hängt aber wiederum von der Anreizbeteiligung s_1^* ab. Diese beiden Größen müssen deshalb im Gleichgewicht simultan bestimmt werden.

Unter Berücksichtigung von (7) und (5) ist die optimale Anreizbeteiligung für die erste Periode damit implizit definiert durch

$$s_1 = 2b\frac{a\sigma_v^2}{a^2\sigma_v^2+\sigma_1^2} = 2b\frac{\mu_v\frac{s_1}{\left(r\sigma_v^2 s_1^2+1\right)}\sigma_v^2}{\left(\mu_v\frac{s_1}{r\sigma_v^2 s_1^2+1}\right)^2\sigma_v^2+\sigma_1^2}.$$

Proposition 4 *a) Für $2b\mu_v\sigma_v^2-\sigma_1^2>0$ sind die gleichgewichtigen Vertragsparameter gegeben durch*

$$\begin{aligned} s_1^* &= \sqrt{\frac{2\left(2b\mu_v\sigma_v^2-\sigma_1^2\right)}{C+\sqrt{C^2+4\sigma_v^4\sigma_1^2r^2\left(2b\mu_v\sigma_v^2-\sigma_1^2\right)}}} \\ F^* &= 2b\mu_v\left(1-\beta^* s_1^*\right)+\frac{s_1^{*2}}{2} \end{aligned}$$

mit $C=\mu_v^2\sigma_v^2+2_v^2\sigma_1^2r-2b\mu_v\sigma_v^4r$ und $\beta^*=\beta\left(a^*\right)$ gemäß (7) und (5).
b) Für $2b\mu_v\sigma_v^2-\sigma_1^2\leq 0$ gibt es kein Gleichgewicht, in dem sichergestellt werden kann, dass der Agent in der zweiten Periode mit Sicherheit motiviert ist, d.h. $i=1$ wählt.

Beweis. Siehe Anhang. ■

Im Gegensatz zum Fall perfekter Substitute aus dem vorherigen Abschnitt sind die gleichgewichtigen Entlohnungsparameter und damit auch der Gleichgewichtspayoff des Prinzipals nicht mehr unabhängig von der Risikoeinstellung r des Managers. Die Abhängigkeit der Erfolgsbeteiligung s_1^* von den Risikopräferenzen des Managers ist allerdings wiederum nicht auf die Lösung eines Risiko-Anreiz trade-offs zurückzuführen, sondern darauf, dass die Aktionswahl des Managers von r abhängt. Wie im Fall perfekter Substitute entspricht im Gleichgewicht die Risikoprämie des Managers den Risikokosten der Outside Option, so dass kein direkter Risikoeffekt auftritt. Bei seiner Entscheidung a berücksichtigt der Manager aber den Einfluss seiner Aktion auf die Risikoprämie seiner Entlohnung. Je größer r desto kleiner gemäß (5) der Arbeitseinsatz des Managers für eine gegebene Beteiligungsrate s_1. Im Gleichgewicht muss für die optimale Beteiligungsrate $s_1^*=2b\beta^*$ gelten, mit $\beta^*=\beta\left(a^*\right)$ gemäß (7) und (5). Der marginale Effekt einer Erhöhung des Gleichgewichtsarbeitseinsatzes a^* auf β

$$\frac{d\beta}{da^*} = -\sigma_v^2\frac{\left(a^{*2}\sigma_v^2-\sigma_1^2\right)}{\left(a^{*2}\sigma_v^2+\sigma_1^2\right)^2} \tag{10}$$

ist nicht eindeutig, so dass auch das Vorzeichen von ds_1^*/dr nicht eindeutig, sondern parameterabhängig ist. Insbesondere zeigt sich, dass (10) nur dann positiv ist, wenn σ_1^2 hinreichend groß ist. Dies ist damit zu erklären, dass nur dann das Verhältnis von Kovarianz zwischen v und y_1, $a^*\sigma_v^2$, und Varianz von y_1 , $a^{*2}\sigma_v^2 + \sigma_1^2$, mit zunehmendem a^* wächst, wenn die Varianz von y_1 sehr stark auf die exogene Störgröße ε_1 zurückzuführen ist.

Analog zum Standard-Modell ist es möglich, dass es sich in Abhängigkeit von den Parametern des Modells nicht lohnt, überhaupt einen Manager zu beschäftigen, da der erwartete Überschuss des Prinzipals negativ wird. Interessanter ist, dass es für $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 < 0$ gar nicht möglich ist[14], einen Manager zu beschäftigen, der mit Sicherheit über den gesamten Zeitraum der Beziehung motiviert ist. Für $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 \leq 0$ gibt es keinen Vertrag, der die ex post Teilnahmebedingung für alle y_1 erfüllt.

Die Gleichgewichtsbeteiligung s_1^* und die Reaktion β^* des Marktes auf die Beobachtung y_1 sind über die Bestimmungsgleichung $s_1^* = 2b\beta^*$ miteinander verbunden. Da β^* von a^* abhängt und a^* von s_1^*, gilt $s_1^* = 2b\beta^*(s_1^*)$. Wird die Varianz σ_1^2 der exogenen Störgröße ε_1 so groß, dass $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 < 0$, dann wird gleichzeitig die Reaktion des Marktes so klein, dass $2b\beta(s_1) < s_1$ für jede positive Beteiligungsrate gilt. Damit gibt es keine Möglichkeit, dem Manager eine Erfolgsbeteiligung $s_1 > 0$ zu gewähren, die sicherstellt, dass dieser ex post immer den Wert seiner Outside Option erhält.

Da die Risikoprämie des Managers keinen direkten Effekt auf die Gleichgewichtslösung hat, wird die folgende komparativ statische Analyse für einen risikoneutralen Manager durchgeführt.

Korollar 1 *Ist der Manager risikoneutral, sind für $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 > 0$ die Erfolgsbeteiligung und Arbeitseinsatz für die erste Periode gegeben durch $s_1^* = \sqrt{\frac{2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2}{\mu_v^2\sigma_v^2}}$ und $a^* = \sqrt{\frac{2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2}{\sigma_v^2}}$.*

Die Gleichgewichtswerte s_1^* und a^* für einen risikoneutralen Manager erhält man, indem man $r = 0$ in s_1^* in Proposition 4 bzw. in (5) einsetzt.

Proposition 5 ***Komparative Statik:*** *Annahme: $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 > 0$.*

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial s_1^*}{\partial \mu_v} &= \frac{\sigma_1^2 - b\mu_v\sigma_v^2}{\mu_v^2\sigma_v\sqrt{2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2}} \begin{cases} > 0, \text{ wenn } \sigma_1^2 > b\mu_v\sigma_v^2 \left(> \sigma_1^2\right) \\ < 0, \text{ wenn } \sigma_1^2 < b\mu_v\sigma_v^2 \end{cases} \\
\frac{\partial s_1^*}{\partial \sigma_v^2} &= \frac{\sigma_1^2}{2s_1^*\mu_v^2\sigma_v^4} > 0 \\
\frac{\partial s_1^*}{\partial \sigma_1^2} &= -\frac{1}{2s_1^*\mu_v^2\sigma_v^2} < 0.
\end{aligned}
$$

[14] Für $2b\mu_v\sigma_v^2 - \sigma_1^2 = 0$ könnte man einen Vertrag mit Anreizbeteiligung $s_1 = 0$ implementieren. Dieses kann sich aber niemals lohnen, da der Agent keinen Arbeitseinsatz bringt und somit der erwartete Bruttogewinn (vor Entlohnung) in jeder Periode null ist.

Gemäß Proposition 5 steigt die gleichgewichtige Erfolgsbeteiligung des Managers also nicht notwendigerweise in seiner erwarteten Fähigkeit. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu der optimalen Entlohnungsfunktion im Standard-Modell: Wird der Agent in einem linearen Vertragsmodell anhand des Ergebnisses y mit Beteiligung s entlohnt, wobei y einen Erwartungswert von $\mu_v a$ hat, dann gilt stets $\frac{\partial s^*}{\partial \mu_v} > 0$, die optimale Beteiligung steigt in der Grenzproduktivität des Agenten (siehe zum Beispiel Spremann 1987). Im vorliegenden Modell steigt die Aktion a^* gemäß Korollar 1 zwar in μ_v, aber die Reaktion β der Outside Option des Managers auf die Beobachtung des Gewinnes y_1 der ersten Periode steigt gemäß (10) nur dann in der Gleichgewichtsaktion a^*, wenn σ_1^2 hinreichend groß ist, was im konkreten Fall durch $\sigma_1^2 > b\mu_v\sigma_v^2$ charakterisiert ist. Weil $s_1^* = 2b\beta^*$ linear in β^* steigt, steigt in diesem Fall auch die Gleichgewichtsbeteiligungsrate in μ_v. Ist der Einfluss der Störgröße ε_1 auf die Varianz von y_1 klein (konkret: gilt $\sigma_1^2 < b\mu_v\sigma_v^2$), dann ist β eine fallende Funktion in a^*, so dass die gleichgewichtige Anreizbeteiligung in der erwarteten Fähigkeit μ_v sinkt. Dieser Punkt wird im nächsten Unterabschnitt bei der Analyse eines Spezialfalls separat verdeutlicht. Die Reaktion der Anreizbeteiligung auf Veränderungen der Varianzen σ_v^2 und σ_1^2 hat gemäß Proposition 5 das gleiche Vorzeichen wie im Fall perfekter Substitute.

3.3.1 Spezialfall

Angenommen die Unsicherheit im Ergebnis der ersten Periode liegt allein in der unbekannten Fähigkeit des Managers begründet, d.h. $y_1 = va$. Dann sind die Resultate aus dem vorherigen Abschnitt mit $\sigma_1^2 = 0$ anwendbar. Für die Reaktion des Marktes gilt dann $\beta = \frac{1}{a^*}$ (für $a^* \neq 0$) und somit

$$E\left(v|y_1, a^*\right) = v. \tag{11}$$

Gegeben $y_1 = va$ kann im Gleichgewicht aus der Antizipation der Gleichgewichtsaktion a^* und der Beobachtung von y_1 direkt auf die Fähigkeit des Managers geschlossen werden: $E\left(v|y_1, a^*\right) = y_1/a^* = v$. Das Ergebnis y_1 ist hier also voll informativ über die Fähigkeit des Managers.

Die Gleichgewichtslösung ist gemäß Proposition 5 mit $\sigma_1^2 = 0$ gegeben durch

$$\begin{aligned} s_1^* &= \sqrt{\frac{2b}{\mu_v}} \\ a^* &= s_1^*\mu_v = \sqrt{2\mu_v b}. \end{aligned} \tag{12}$$

Für ein gegebenes y_1 gilt: Je größer a^* desto weniger stark ist das Ergebnis y_1 in Indiz für eine hohe Fähigkeit des Managers und desto kleiner gleichsam der Marktwert des Managers. Die optimale Anreizbeteiligung $s_1^* = 2b\beta^*$, die den Manager äquivalent zu seiner Outside Option stellen muss, sinkt also mit zunehmendem Gleichgewichtseinsatz a^*. Da der induzierte Arbeitseinsatz über $a^* = s_1^*\mu_v$ in der erwarteten Fähigkeit steigt, muss im Gleichgewicht $\frac{\partial s_1^*}{\partial \mu_v} < 0$, gelten, d.h. die optimale Anreizbeteiligung fällt in der a priori erwarteten Fähigkeit des Managers.

4 Diskussion und Erweiterung der Modellannahmen

4.1 Nicht-lineares Modell

Die Ergebnisse der bisherigen Analyse sind auf Basis linearer Verträge und normalverteilter Zufallsvariable hergeleitet worden. Da unter der Annahme gemeinsam normalverteilter Zufallsvariablen der bedingte Erwartungswert einer Zufallsvariablen eine (affin-) lineare Funktion der bedingenden Variablen ist, konnten alle ex post-Teilnahmebedingungen durch lineare Verträge erfüllt werden. Geht man von der Normalverteilungsannahme ab und lässt man beliebige Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Fähigkeit des Managers und das Ergebnis zu, dann kann die Outside Option $bE(v|y_1)$ des Managers allgemein nicht mehr durch einen linearen Vertrag erfüllt werden. Es gibt aber immer einen (nicht-linearen) Vertrag $s_1(y_1)$, der die Bedingung

$$EU(s_1(y_1), a) \geq EU(bE(v|y_1), a) \text{ für alle } y_1$$

erfüllt, wobei $U(s, a)$ die Nutzenfunktion des Managers im allgemeinen Fall kennzeichnet. Damit wird deutlich, dass die ökonomische Struktur des Problems nicht auf die LEN-Annahmen beschränkt ist. Die Analyse wird durch die diese Annahmen aber erheblich vereinfacht und erlaubt zudem die Ableitung komparativ statischer Ergebnisse.

4.2 Reichhaltigeres Modell: Mehr als zwei Perioden

In dem bisher betrachteten zweiperiodigen Modell, wurde die zweite Periode als "letzte" Periode nicht explizit analysiert, da am Ende der zweiten Periode nicht mehr sichergestellt werden musste, dass der Manager weiterhin motiviert ist. Demzufolge reichte es aus, die zweite Periode sparsam zu modellieren: $y_2 = iX + \varepsilon_2$. Nur wenn der Manager in Periode 2 motiviert ist $(i = 1)$, konnte ein durch die Aktion der ersten Periode initiierter konstanter Cash-flow X in Periode 2 erwirtschaftet werden, woran annahmegemäß die Unternehmenszentrale interessiert war. Aufgrund dieser Modellierung konnte der Entlohnungsvertrag für die zweite Periode tatsächlich ignoriert werden.

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass die grundlegenden Ergebnisse aus den vorherigen Abschnitten über marktwertkompatible Entlohnungsfunktionen erhalten bleiben, wenn ein reichhaltigeres, mehrperiodiges Anreizproblem gegeben ist.

Dazu wird eine Beziehung mit $T > 2$ Perioden betrachtet, in der aus Gründen der Darstellung der Fall perfekter Substitute mit risikoneutralem Manager analysiert wird. Da unter Normalverteilungsannahmen die bedingten Varianzen unabhängig von der Werten der bedingenden Variablen sind, führt auch in dem nachfolgend betrachteten reichhaltigeren Modell die Berücksichtigung eines risikoaversen Managers nicht zu strukturell anderen Ergebnissen.

Das Ergebnis der Periode t sei

$$y_t = v + i_t a_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, .., T-1$$

wobei die $\varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma_t^2\right)$ unabhängig verteilte Zufallsvariable sind. Für die Binärvariable $i_t \in \{0, 1\}$ wird angenommen, dass $i_t = 0$ gilt, wenn der Manager am Ende von Periode $t-1$ nicht den Wert seiner Outside Option erreicht hat; sonst gilt $i_t = 1$.[15] Da wir annehmen, dass es für das Unternehmen stets optimal ist, in jeder Periode einen motivierten Manager zu beschäftigen, kann alternativ i auch so auch so interpretiert werden, dass $i_\tau = 0$ für alle $\tau = t, ..., T$, wenn der Manager am Ende von Periode $t-1$ nicht den Wert seiner Outside Option erreicht. Das Arbeitsleid des Managers für die Anstrengung a_t betrage $a_t^2/2$ für alle t. Das Ergebnis der letzten Periode wird nicht explizit modelliert, es wird aber angenommen, dass der Prinzipal wünscht, dass der Manager in der letzen Periode motiviert ist.

Der Entlohnungsvertrag S_t der Periode t kann auf alle Ergebnisse, die bis zur Periode t beobachtet worden sind, bedingt werden (Entlohnungsverträge mit *memory*, siehe zum Beispiel Chiaporri et al. 1994):

$$S_t = F_t + s_t y_t + \sum_{i=1}^{t-1} \alpha_{ti} y_i. \tag{13}$$

s_t ist die Beteiligung des Managers am Periodenergebnis y_t und α_{ti} ist der Anteil am Ergebnis $y_i, i < t$, in Periode t. Der vollständige Entlohnungsvertrag $S = (S_1, .., S_T)$ wird am Anfang von Periode 1 vereinbart, wobei annahmegemäß in der letzten Periode $s_T = 0$ sowie $\alpha_{Ti} = 0$ für alle i, gelte. Für die Binärvariablen $i_{t+1} \in \{0, 1\}$ gelte, dass $i_{t+1} = 1$ nur dann, wenn die tatsächliche Entlohnung am Ende von Periode t und die (erwartete) Entlohnung der künftigen Perioden abzüglich des Arbeitsleids mindestens dem Wert der Outside Option für den Rest der Vertragslaufzeit entsprechen (jeweils bedingt auf die Ergebnisse bis zur Periode t):

$$S_t + \sum_{j=t+1}^{T} E\left(S_j | \mathbf{y}_t\right) - \sum_{j=t}^{T} \frac{a_j^{*2}}{2} \geq \Psi_t E\left(v | \mathbf{y}_t\right) \text{ für alle } \mathbf{y}_t.$$

mit $\Psi_t = (T - (t-1))\, b$ und $\mathbf{y}_t = (y_1, ..., y_t)$. Im Anhang wird gezeigt, dass die ex post Nebenbedingung für Periode t auch geschrieben werden kann als

$$C_t + \sum_{i=t}^{T} F_i + s_t y_t + \sum_{j=t}^{T} \sum_{i=1}^{t-1} \alpha_{t,i} y_i + \sum_{j=t+1}^{T} s_j \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t y_k + \sum_{j=t+2}^{T} \sum_{l=t+1}^{j-1} \alpha_{jl} \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t y_k \geq \Psi_t \sum_{k=1}^{t} \beta_k^t y_k, \ \forall \ \mathbf{y}_t.$$

[15] In der ersten Periode ist der Manager auf jeden Fall motiviert, $y_1 = v + a_1 + \varepsilon_1$.

wobei C_t eine Konstante ist und $\gamma_{(\cdot)}$ bzw. $\beta_{(\cdot)}$ Regressionskoeffizienten aus der Erwartungswertrevision darstellen.

Betrachten wir zunächst die ex post Teilnahmebedingung für $t = T - 1$

$$C_{T-1} + F_{T-1} + F_T + s_{T-1}y_{T-1} + \sum_{i=1}^{T-2} \alpha_{T-1,i}y_i \geq \Psi_{T-1} \sum_{i=1}^{T-1} \beta_i^{T-1} y_i, \ \forall \ \mathbf{y}_{T-1}.$$

Damit diese Ungleichung für alle $\mathbf{y}_{T-1}$ erfüllt ist, muss gelten $s_{T-1}^* = \Psi_{T-1}\beta_{T-1}^{T-1}$ und $\alpha_{T-1,i}^* = \Psi_{T-1}\beta_i^{T-1}$ für alle $i = 1, .., T-2$. Geht man auf die drittletzte Stufe $T-2$, lässt sich die ex post Nebenbedingung schreiben als

$$\begin{aligned} & C_{T-2} + \sum_{i=T-2}^{T} F_i + s_{T-2}y_{T-2} + \sum_{i=1}^{T-3} \alpha_{T-2,i}y_i + \sum_{i=1}^{T-2} \alpha_{T-1,i}^* y_i + s_{T-1}^* \sum_{k=1}^{T-2} \gamma_{T-1,k}^t y_k \\ \geq \ & \Psi_{T-2} \sum_{i=1}^{T-2} \beta_i^{T-2} y_i, \ \forall \ \mathbf{y}_{T-2}. \end{aligned}$$

Wiederum gibt es auf der linken Seite $T-2$ Entlohnungsparameter $(s_{T-2}, \alpha_{T-2,1}, .., \alpha_{T-2,T-3})$, die so gewählt werden können, dass $\mathbf{y}_{T-2}$ vollständig aus der Teilnahmebedingung eliminiert wird. Geht man weiter rückwärtsschreitend voran, erkennt man, dass in jeder Periode t exakt t freie Entlohnungsparameter zur Verfügung stehen, so dass der $t-$elementige Vektor $\mathbf{y}_t$ aus der ex post Teilnahmebedingung eliminiert werden kann. Bezeichne nachfolgend $\mathbf{s}^* = (s_1^*, .., s_T^*)$ und $\boldsymbol{\alpha}^* = (\alpha_2^*, .., \alpha_T^*)$ die optimalen Entlohnungsparameter, die für eine Eliminierung von $\mathbf{y}_t$ aus den ex post Teilnahmebedingungen sorgen.

Neben den ex post Teilnahmebedingungen ist noch die ex ante Teilnahmebedingung zu formulieren:

$$E(S) - \sum_{t=1}^{T} \frac{a_t^{*2}}{2} \geq \Psi_T \mu_v.$$

Werden die Fixzahlungen $F_1, .., F_T$ so gewählt, dass - gegeben $\mathbf{s}^*$ und $\boldsymbol{\alpha}^*$- alle $T-1$ ex post-Teilnahmebedingungen binden, dann bindet die ex ante Teilnahmebedingung ebenfalls.

Es zeigt sich also analog zu den Ergebnissen aus den vorherigen Abschnitten, dass sich auch in komplexeren mehrperiodigen Problemen der Entlohnungsvertrag für den Manager vollständig aus seinen endogenen Outside Options ableiten lässt. Die optimalen variablen Entlohnungsparameter $\mathbf{s}^*$ und $\boldsymbol{\alpha}^*$ werden nachfolgend beispielhaft für einen Vertragszeitraum von vier Perioden ermittelt.

Beispiel: T=4 Perioden Der Entlohnungsvertrag ist $S = (S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$ mit

$$\begin{aligned} S_1 &= s_1y_1 + F_1 \\ S_2 &= s_2y_2 + \alpha_{21}y_1 + F_2 \\ S_3 &= s_3y_3 + \alpha_{31}y_1 + \alpha_{32}y_2 + F_3 \\ S_4 &= s_4y_4 + \alpha_{41}y_1 + \alpha_{42}y_2 + \alpha_{43}y_3 + F_4 \end{aligned}$$

wobei annahmegemäß $s_4 = \alpha_{4j} = 0$, $j = 1, 2, 3$. Zudem wird zur Vereinfachung der Ausdrücke $b = 1$ angenommen.

Die ex post Teilnahmebedingung für Periode 1 lautet:

$$\sum_{t=1}^{4} F_t + \left(s_1 + \alpha_{21} + \alpha_{31} + s_2\gamma_{21}^1 + s_3\gamma_{31}^1 + \alpha_{32}\gamma_{21}^1\right) y_1 + C_1 \geq 4\beta_{11} y_1 \text{ für alle } y_1$$

Für Periode 2 gilt

$$\sum_{t=2}^{4} F_t + \left(s_2 + s_3\gamma_{32}^2 + \alpha_{32}\right) y_2 + \left(\alpha_{21} + \alpha_{31} + s_3\gamma_{31}^2\right) y_1 + C_2 \geq 3\left[\beta_{21} y_1 + \beta_{22} y_2\right] \text{ für alle } (y_1, y_2)$$

und für Periode 3:

$$\sum_{t=3}^{4} F_t + s_3 y_3 + \alpha_{31} y_1 + \alpha_{32} y_2 + C_3 \geq 2\left[\beta_{31} y_1 + \beta_{32} y_2 + \beta_{33} y_3\right] \quad \text{für alle } (y_1, y_2, y_3)$$

Aus der bindenden Bedingung für Periode 3 folgt

$$s_3^* = 2\beta_{33}, \qquad \alpha_{31}^* = 2\beta_{31}, \qquad \alpha_{32}^* = 2\beta_{32}$$

Geht man damit in die zweite Periode, muss gelten

$$\begin{aligned} \left(s_2 + s_3^*\gamma_{32}^2 + \alpha_{32}^*\right) &= 3\beta_{22} \\ \Longleftrightarrow s_2^* &= 3\beta_{22} - 2\beta_{33}\gamma_{32}^2 - 2\beta_{32} \\ \left(\alpha_{21} + \alpha_{31}^* + s_3^*\gamma_{31}^2\right) &= 3\beta_{21} \\ \Longleftrightarrow \alpha_{21}^* &= 3\beta_{21} - 2\beta_{31} - 2\beta_{33}\gamma_{31}^2 \end{aligned}$$

Geht man nun in die erste Periode, ergibt sich die optimale Anreizbeteiligung s_1^* als

$$\begin{aligned} & \left(s_1 + \alpha_{21} + \alpha_{31} + s_2\gamma_{21}^1 + s_3\gamma_{31}^1 + \alpha_{32}\gamma_{21}^1\right) = 4\beta_{11} \\ \Leftrightarrow \quad & s_1^* = 4\beta_{11} - \alpha_{21}^* - \alpha_{31}^* - s_2^*\gamma_{21}^1 - s_3^*\gamma_{31}^1 - \alpha_{32}^*\gamma_{21}^1 \\ & \quad = 4\beta_{11} - 3\beta_{21} - 3\beta_{22}\gamma_{21}^1 - 2\beta_{33}\gamma_{31}^1 + 2\beta_{33}\gamma_{31}^2 + 2\beta_{33}\gamma_{21}{}^1\gamma_{32}^2. \end{aligned}$$

5 Schlussbemerkungen

Aus der Literatur ist bekannt, dass der klassische Prinzipal-Agenten-Ansatz nur sehr eingeschränkt dazu in der Lage ist, die tatsächlichen Gehälter und Entlohnungsverträge für das Top-Management zu erklären. Inspiriert durch die aktuelle Diskussion über die Managergehälter in der Bundesrepublik, erweitert der vorliegende Beitrag das klassische Modell derart, dass sich der gleichgewichtige Entlohnungsvertrag ausschließlich aus den endogenen Outside Options des Managers ergibt. Dieses Ergebnis ist konsistent mit den Argumenten, die zur Begründung der (teilweise stark kritisierten) Gehälter für Vorstandsmitglieder vorgebracht werden: Die Anzahl der Führungskräfte, die geeignet sind, Top-Positionen zu besetzen, sei knapp und die beobachteten Gehälter und Entlohnungsverträge spiegelten Knappheitspreise wider. Zudem, so wird betont, sei der Großteil der (erwarteten) Vergütung erfolgsabhängig. Der klassische Agency-Ansatz liefert für diese Argumente nur eine unvollkommene Erklärung. Zwar steigt die erwartete Entlohnung des Managers im Wert seiner Outside Option, die erwartete variable Vergütung ist aber in den üblicherweise im Rahmen von executive compensation verwendeten Modellen vollkommen unabhängig von der Outside Option des Managers. Die gleichgewichtige variable Entlohnung ist vielmehr ausschließlich Ergebnis eines Optimierungsproblems, in dem die Zentrale z. B. die Anreize des Managers gegenüber dem Risiko seiner Entlohnung abwägt.

Der Wert der Outside Option eines Managers wurde in Abhängigkeit seiner erwarteten Fähigkeit modelliert. Nach jeder neuen Information, die der Markt erhält, revidiert er seine Einschätzung über die Fähigkeit des Managers. Kernelement des Modells ist die Motivationsstruktur des Managers. Inspiriert durch Evidenz aus der Unternehmenspraxis wurde angenommen, dass ein Manager die Motivation verliert, wenn er während seines Vertragsverhältnisses feststellt, dass sein Entlohnungsvertrag den Wert seiner Outside Option bezogen auf die Restlaufzeit des Vertrages nicht mehr deckt. Möchte das Unternehmen sicherstellen, dass der Manager über die gesamte Vertragslaufzeit motiviert ist, muss der Entlohnungsvertrag zu jedem Zeitpunkt, zu dem neue Information beobachtet wird, mindestens den Wert der Outside Option des Managers garantieren. Die Motivation des Managers kann dadurch sichergestellt werden, dass seine Teilnahmebedingung auch ex post erfüllt ist. Bei zweiperiodiger Vertragslaufzeit muss also die Erfolgsbeteiligung für die erste Periode so gewählt werden, dass für jede mögliche Erfolgsausprägung am Ende der ersten Periode der Manager den Wert seiner Outside Option erreicht. Die gleichgewichtige Erfolgsbeteiligung wird damit vollständig aus den Outside Options abgeleitet und hängt wesentlich davon ab, wie der Markt die erwartete Fähigkeit des Managers nach Beobachtung des Periodenerfolgs revidiert. Die Reaktion des Marktes ist endogen, in dem sie von der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Unternehmenserfolges abhängt und zudem auch von der Arbeitsleistung des Managers im Gleichgewicht abhängen kann.

Der ermittelte optimale Entlohnungsvertrag wurde komparativ statisch analysiert und mit den Eigenschaften des optimalen Entlohnungsvertrages im klassischen Agency-Problem verglichen. Unabhängig davon, ob die Fähigkeit des Managers und sein Arbeitseinsatz perfekte Substitute sind oder ob die Fähigkeit dem Grenzbeitrag der Arbeitsleistung entspricht, stimmte im Gleichgewicht die Risikoprämie der Entlohnung des Managers mit der Risikoprämie seiner Outside Option überein. Dies hatte zur Folge, dass die Gleichgewichtsallokation im Fall perfekter Substitute vollkommen unabhängig vom Grad der Risikoaversion des Managers ist (ohne dass dies die first-best-Lösung impliziert).

Die Untersuchung dieses Beitrages erfolgte auf Basis eines dynamischen LEN-Modells im zweiperiodigen Kontext. Wie stets in Partialmodellen dieser Art wurden wichtige Aspekte der Managerentlohnung ausgeblendet, unter anderem solche, die explizit die Anreize des Aufsichtsrates bei der Gestaltung des Entlohnungsvertrages einbeziehen. Dennoch bildet die Untersuchung mit ihrer Marktwertorientierung eine wesentliche Facette der Top-Managerentlohnung ab, was insbesondere die aktuelle Diskussion zeigt, in der die Gehälter von Top-Managern analog zu denen von Spitzensportlern durch ihre hervorragenden (vom Markt belohnten) Fähigkeiten erklärt werden. Wie zum Abschluss der Arbeit demonstriert wurde, ist die Ableitung des gleichgewichtigen Entlohnungsvertrages aus endogenen Outside Options nicht auf ein zweiperiodiges LEN-Modell beschränkt, sondern kann auch in einem reichhaltigeren, mehrperiodigen Kontext etabliert werden.

Literatur

[1] Aggarwal, Rajesh K./Samwick, Andrew A. (1999): The Other Side of the Trade-Off: The Impact of Risk on Executive Compensation, Journal of Political Economy, 107, S. 65-105.

[2] Baker, George P. (1992): Incentive Contracts and Performance Measurement, Journal of Political Economy, 100, S. 598-614.

[3] Bebchuk, Lucina/Fried, Jesse (2003): Executive Compensation as an Agency Problem, Journal of Economic Perspectives, 17, S. 71-92.

[4] Bebchuk, Lucian/Fried, Jesse (2004): Pay without Performance: The Unfulfilled Promise of Executive Compensation, Harvard University Press, Cambridge et al.

[5] Bertrand, Marianne/Mullainathan, Sendhil (2001): Are CEOs Rewarded for Luck? The Ones without Principals are, The Quartely Journal of Economics, 116, S. 901-932.

[6] Brenner, Steffen/Schwalbach, Joachim (2002): Management Quality, Firm Size, and Managerial Compensation: A Comparison between Germany and the UK, Schmalenbach Business Review, 55, S. 280-293.

[7] Chiappori, Pierre-André/Macho, Ines/ Rey, Patrick/ Salanie, Bernard (1994): Repeated moral hazard: The role of memory, commitment, and the access to credit markets, European Economic Review, 38, S. 1527-1553.

[8] Christensen, Peter O./Feltham, Gerald A./Sabac, Florin (2005): A Contracting Perspective on Earnings Quality , Journal of Accounting and Economics, 39, S. 265-294.

[9] Core, John E./Holthausen, Robert W./Larcker, David E. (1999): Corporate Governance, Chief Executive Compensation, and Firm Performance, Journal of Financial Economics, 51, S. 371-406.

[10] Dutta, Sunil (2003): Capital Budgeting and Managerial Compensation: Incentive and Retention Effects, The Accounting Review, 78, S. 71-93.

[11] Dutta, Sunil (2008): Managerial Expertise, Private Information, and Pay-Performance Sensitivity, Management Science, 54, S. 429-442

[12] Ewert, Ralf/Wagenhofer, Alfred (2008): Interne Unternehmensrechnung, 7. Aufl., Springer, Berlin et al.

[13] Feltham, Gerald A./Xie, Jim (1994): Performance Measure Congruity and Diversity in Multi-Task Principal/Agent Relations, The Accounting Review, 69, S. 429-453.

[14] Garen, John E. (1994): Executive Compensation and Principal-Agent Theory, Journal of Political Economy, 102, S. 1175-1199.

[15] Gibbons, Robert/Murphy, Kevin J. (1992): Optimal Incentive Contracts in the Presence of Career Concerns: Theory and Evidence, Journal of Political Economy, 100, S. 468-505.

[16] Göx, Robert F./Heller, Uwe (2008): Risiken und Nebenwirkungen der Offenlegungspflicht von Vorstandsbezügen: Individual- vs. Kollektivausweis, Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 60, S. 98-123.

[17] Göx, Robert F. (2008): Tax incentives for inefficient executive pay and reward for luck, Review of Accounting Studies, 13, S. 542-478.

[18] Hank, Rainer (2007): Der Preis der Gerechtigkeit, Frankfurter Allgemeine Sonntagszeitung, Nr. 50, S. 46-47.

[19] Hartzell, Jay C./Starks, Laura T. (2003): Institutional Investors and Executive Compensation, The Journal of Finance, 58, S. 2351-2374.

[20] Holmström, Bengt (1979): Moral hazard and observability, The Bell Journal of Economics, 10, S. 74-91.

[21] Holmström, Bengt (1999): Managerial Incentive Problems: A Dynamic Perspective, Review of Economic Studies, 66, S. 169-182.

[22] Jensen, Michael C./Murphy, Kevin J. (1990): Performance Pay and Top Management Incentives, Journal of Political Economy, 98, S. 225-264.

[23] Kahlen, Rudolf (2007): Sollte der Gesetzgeber das Gehalt der Top-Manager deckeln?, Capital.de, 19.01. 2007, http://www.capital.de/politik/100005669.html

[24] Meyer, Margaret A./Vickers, John (1997): Performance Comparisons and Dynamic Incentives, Journal of Political Economy, 105, S. 547-581.

[25] Murphy, Kevin J. (1999): Executive Compensation, in: Ashenfelter, Orley/Card, David (Hrsg): Handbook of Labor Economics, vol. 3, Amsterdam, S. 2458-2563.

[26] o.V. (2007): Einkommensdebatte: Top-Manager rechtfertigen höhere Gehälter, welt-online, 2. Dezember 2007, http://www.welt.de/wirtschaft/article1421455/Top-Manager_rechtfertigen_hoehere_Gehaelter.html

[27] Spremann, Klaus (1987): Agent and Principal, in: Bamberg, Günter/Spremann, Klaus (Hrsg.): Agency-Theory. Information, and Incentives, Springer, Berlin, S. 3-37.

[28] Schwalbach, Joachim/Graßhoff, Ulrike (1997): Managervergütung und Unternehmenserfolg, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 67, S. 203-217

[29] Weisbach, Michael S. (2006): Optimal Executive Compensation vs. Managerial Power, NBER Working paper 12798.

Anhang

Beweis von Proposition 1

Damit die ex post Teilnahmebedingung für alle y_1 erfüllt ist, muss gelten, dass $s_1^* = 2b\beta$ mit $\beta = \frac{\sigma_v^2}{\left(\sigma_v^2+\sigma_1^2\right)}$. Der Agent wählt seine Aktion gemäß $a = s_1$, so dass im Gleichgewicht $a^* = s_1^*$ gilt. Die optimale Fixzahlung ergibt sich aus der bindenden ex post Teilnahmebedingung als $F^* = 2b\left[\mu_v - \beta\left(\mu_v + a^*\right)\right] + \frac{a^{*2}}{2} = 2b\mu_v - 2b\beta\left(\mu_v + 2b\beta\right) + \left(2b\beta\right)^2/2$. Der Gleichgewichtsüberschuss des Prinzipal entspricht

$$
\begin{aligned}
G^* &= E\left(y_1 + y_2\right) - F^* - s_1^* E\left(y_1\right) \\
&= \left(1 - s_1^*\right)\left(\mu_v + a^*\right) + X - \left(2b\mu_v - 2b\beta\left(\mu_v + 2b\beta\right) + \left(2b\beta\right)^2/2\right) \\
&= -2b^2\beta^2 + 2b\beta - 2\mu_v b + X + \mu_v
\end{aligned}
$$

Beweis von Proposition 3

Wenn der Manager in der zweiten Periode stets motiviert ist ($i = 1$), also X immer realisiert wird und nur die ex ante Teilnahmebedingung zu beachten ist, maximiert der Prinzipal seinen erwarteten Nettoerfolg, gegeben $s_2 = 0$:

$$
\begin{aligned}
& \max E\left(y_1 + y_2\right) - F - s_1 E\left(y_1\right) \\
=\; & \mu_v + a + X - F - s_1\left(\mu_v + a\right)
\end{aligned}
$$

unter Beachtung der Teilnahmebedingung

$$F + s_1\left(\mu_v + a\right) - \frac{a^2}{2} - \frac{r}{2}s_1^2\Sigma \geq 2b\mu_v - \frac{r}{2}4b^2\beta^2\Sigma$$

und der Anreizbedingung $a = s_1$ wobei $\Sigma = \sigma_v^2 + \sigma_1^2$. Unter Berücksichtigung der im Optimum bindenden Teilnahmebedingung lässt sich dieses Problem vereinfachen zu

$$\max G = \mu_v + s_1 - 2b\mu_v + \frac{r}{2}\left[4b^2\beta^2\Sigma\right] - \frac{s_1^2}{2} - \frac{r}{2}s_1^2\Sigma + X$$

Aus der Optimalitätsbedingung $\frac{dG}{ds_1} = 1 - r\Sigma s_1 - s_1 = 0$ ergibt sich als optimale Anreizrate $s_1^+ = \frac{1}{r\Sigma+1}$ und als maximaler Überschuss des Prinzipals $G^+ = G\left(s_1^+\right) = X + \mu_v + \frac{1}{2(r\Sigma+1)} - 2b\mu_v + 2b^2 r\beta\Sigma$. Differenzieren nach r ergibt $\frac{\partial G^+}{\partial r} = \frac{1}{2}\Sigma\left(2b\beta + 2br\beta\Sigma - 1\right)\frac{2b\beta+2br\beta\Sigma+1}{(r\Sigma+1)^2}$. Der Gleichgewichtsüberschuss des Prinzipals unter Beachtung der ex post Teilnahmebedingung ist gemäß Proposition 1 gegeben durch $G^* = X + \mu_v - 2b^2\beta^2 + 2b\beta - 2b\mu_v$. Damit ergibt sich die Überschussdifferenz als $\Delta = G^+ - G^* = \frac{1}{2(r\Sigma+1)}\left(2b\beta + 2br\beta\Sigma - 1\right)^2$.

Beweis von Proposition 4

a) Gesucht ist die Lösung s_1 der folgenden Gleichung

$$s_1 - 2b \frac{\mu_v \frac{s_1}{(r\sigma_v^2 s_1^2+1)} \sigma_v^2}{\left(\mu_v \frac{s_1}{r\sigma_v^2 s_1^2+1}\right)^2 \sigma_v^2 + \sigma_1^2} = 0$$

Gegeben $s_1 \neq 0$ kann die Gleichung geschrieben werden als

$$As_1^4 + Cs_1^2 + E = 0 \tag{14}$$

mit

$$\begin{aligned} A &= \sigma_v^4 \sigma_1^2 r^2 \\ C &= \mu_v^2 \sigma_v^2 + 2\sigma_v^2 \sigma_1^2 r - 2b\mu_v \sigma_v^4 r \\ E &= \sigma_1^2 - 2b\mu_v \sigma_v^2. \end{aligned}$$

Substituiert man $z \equiv s_1^2$ wird (14) zu $Az^2 + Cz + E = 0$. Diese Gleichung hat zwei Lösungen (z_1 und z_2), die für $E \neq 0$ geschrieben werden können als

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{2E}{-C + \sqrt{C^2 - 4AE}} \\ z_2 &= \frac{2E}{-C - \sqrt{C^2 - 4AE}} \end{aligned}$$

Wenn $C^2 - 4AE > 0$ sind beide Lösungen reell. Durch Rücksubstitution erhält man für s_1 dann folgende vier Lösungen

$$\begin{aligned} (1)\ s_1 &= \sqrt{z_1}, \quad (3)\ s_1 = \sqrt{z_2} \\ (2)\ s_1 &= -\sqrt{z_1}, \quad (4)\ s_1 = -\sqrt{z_2} \end{aligned}$$

Da $s_1 \geq 0$ scheiden (2) und (4) direkt als Lösung aus. Angenommen $E > 0$. Dann ist $C^2 - 4AE > 0$ aber $\sqrt{C^2 - 4AE} - C < 0$, so dass z_1 und z_2 negativ werden und es keine reelle Lösung für s_1 gibt. Eine Lösung verlangt also $E < 0$. Für $E < 0$ gilt $-C + \sqrt{C^2 - 4AE} > 0$, so dass z_2 negativ wird. Folglich scheidet (1) ebenfalls als Lösung aus. Bleibt als Lösung

$$(3)\ s_1^* = \sqrt{z_2} = \sqrt{\frac{2E}{-C - \sqrt{C^2 - 4AE}}}$$

s_1^* ist für $E < 0$ positiv und kann auch geschrieben werden als:

$$s_1^* = \sqrt{\frac{-2E}{C + \sqrt{C^2 - 4AE}}} = \sqrt{\frac{2\left(2b\mu_v \sigma_v^2 - \sigma_1^2\right)}{C + \sqrt{C^2 + 4\sigma_v^4 \sigma_1^2 r^2 \left(2b\mu_v \sigma_v^2 - \sigma_1^2\right)}}.$$

b) Da es für $E > 0$ es keine Lösung $s_1 > 0$ gibt, so dass $s_1 = 2b\beta$, kann die ex post Teilnahmebedingung des Agenten nicht für alle y_1 erfüllt werden und der Manager ist mit positiver Wahrscheinlichkeit in Periode 2 demotiviert, $i = 0$.■

Herleitungen zu Abschnitt 4.2

Die ex post Teilnahmebedingung für Periode t ist gegeben durch:

$$S_t + \sum_{j=t+1}^{T} E\left(S_j|\mathbf{y}_t\right) - \sum_{j=t}^{T} \frac{a_j^{*2}}{2} \geq \Psi_t E\left(v|\mathbf{y}_t\right) \text{ für alle } \mathbf{y}_t$$

mit $\Psi_t = (T-(t-1))\, b$ und $\mathbf{y}_t = (y_1, ..., y_t)$. Unter Berücksichtigung der in (13) definierten Entlohnungen lässt sich diese Bedingung auch schreiben als

$$\begin{aligned} & \sum_{i=t}^{T} F_i + s_t y_t + \sum_{j=t}^{T}\sum_{i=1}^{t-1} \alpha_{t,i} y_i + \sum_{j=t+1}^{T} s_j E\left(y_j|\mathbf{y}_t\right) + \sum_{j=t+2}^{T}\sum_{k=t+1}^{j-1} \alpha_{jk} E\left(y_k|\mathbf{y}_t\right) - \sum_{j=t}^{T} a_j^{*2}/2 \\ \geq \; & \Psi_t E\left(v|\mathbf{y}_t\right) \text{ für alle } \mathbf{y}_t. \end{aligned}$$

Nun gilt $E\left(y_j|\mathbf{y}_t\right) = E\left(y_j\right) + \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t \left[y_k - E\left(y_k\right)\right]$ und $E\left(v|\mathbf{y}_t\right) = \mu_v + \sum_{k=1}^{t} \beta_k^t \left[y_k - E\left(y_k\right)\right]$ mit $\left(\gamma_{j1}^t, ..., \gamma_{jt}^t\right) = Cov\left(y_j, \mathbf{y}_t\right) Var\left(\mathbf{y}_t\right)^{-1}$ und $\left(\beta_1^t, ..., \beta_t^t\right) = Cov\left(v, \mathbf{y}_t\right) Var\left(\mathbf{y}_t\right)^{-1}$. Damit kann die ex post Nebenbedingung für Periode t auch geschrieben werden als

$$C_t + \sum_{i=t}^{T} F_i + s_t y_t + \sum_{j=t}^{T}\sum_{i=1}^{t-1} \alpha_{t,i} y_i + \sum_{j=t+1}^{T} s_j \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t y_k + \sum_{j=t+2}^{T}\sum_{l=t+1}^{j-1} \alpha_{jl} \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t y_k \geq \Psi_t \sum_{k=1}^{t} \beta_k^t y_k, \; \forall \; \mathbf{y}_t$$

wobei

$$\begin{aligned} C_t \;=\; & -\sum_{i=t}^{T} a_i^{*2}/2 + \sum_{j=t+1}^{T} s_j \left[E\left(y_j\right) - \sum_{k=1}^{t} \gamma_{jk}^t E\left(y_k\right)\right] + \sum_{j=t+2}^{T}\sum_{l=t+1}^{j-1} \alpha_{jl} \left[E\left(y_j\right) - \sum_{k=1}^{t} \gamma_k^t y_k\right] \\ & -\Psi_t \left(\mu_v - \sum_{k=1}^{t} \beta_k^t E\left(y_k\right)\right). \end{aligned}$$